Interrogation du 22 novembre, 30 minutes.
Documents, calculatrices et portables interdits.

NOM, Prénom :

(1) La forme différentielle $\omega_1 = 2xe^y dx + x^2 e^y dy$ est-elle fermée sur son domaine de définition ? exacte sur $\mathbb{R}^2$? Si oui en donner un potentiel.

(2) Même question pour $\omega_2 = \cos(x)dx + \sin(y)dy$

(3) Déterminer $\int_\gamma \omega_1$ pour γ l'arc de courbe $x(t) = \cos(t)^3, y(t) = \sin(t), t \in [0, \pi/2]$.

Déterminer l'aire du domaine bordé par γ et les axes. On donne $\int_0^{\pi/2} \cos(t)^4 dt = \int_0^{\pi/2} \sin(t)^4\, dt = 3\pi/16$ et $\int_0^{\pi/2} \sin(t)^2 \cos(t)^2 = \pi/16$.

(4) Donner la solution générale de $y' = y^2 e^t$

(5) Donner la solution générale de $y'' - 4y = \sin(t)$.

(6) Soit a un réel. Déterminer en fonction de a si l'équation différentielle $(t^2 + a)y' + y = 0, y(1) = 1$ admet une solution et le justifier (N.B. : on ne demande pas de résoudre cette équation).

(7) Déterminer les solutions constantes de l'équation $y' = t\cos(y)$. Montrer sans résoudre explicitement l'équation que toutes les solutions sont bornées.