

## TP XCAS : RÉOLUTION D'ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

(méthode d'Euler)

On considère les équations différentielles suivantes :

(E1)  $y' = x$  avec  $y(0) = 0$  et (E2)  $y' = y$  avec  $y(0) = 1$ .

*Remarque préliminaire* : On veut construire pour chacune de ces équations, de proche en proche, la courbe d'une fonction dont l'équation cartésienne sera  $y = f(x)$  et dont les points vérifieront les conditions données par l'équation.

Expliquez pourquoi on peut faire l'hypothèse que pour  $h$  suffisamment petit,  $f(x)$  est très voisin de  $f'(x-h) \times h + f(x-h)$ . Illustrez par un petit schéma.

A/ Résolution graphique de (E1):

1. Ouvrez `xcas` et dans le menu `math` puis `graphes` puis `interactive_odeplot(x,[x,y])`. Vous avez alors à l'écran un champ de tangentes dont la pente est égale en chaque point à l'abscisse de ce point.

Cliquez sur l'origine ou dans la ligne de commande tapez `0`. Que voyez-vous apparaître ? Essayez de déterminer l'équation de la courbe ainsi tracée. Était-ce prévisible ?

2. Effacez toutes les commandes précédentes. On va construire une feuille de calcul (`mtrw`) dans laquelle la colonne A contiendra les valeurs de  $x$ , à partir de 0, avec un pas égal à  $\frac{1}{10}$ , la colonne B contiendra les valeurs correspondantes de  $y'$  et la colonne C les valeurs de  $y$ .

Justifiez que  $C2$  est égal à  $B1*(A2-A1)+C1$ . Quelle est la valeur de  $y$  pour  $x = 1$  ?

3. Dans `hist`, tapez `scatterplot(current_sheet(A1..15,C))` puis allez voir dans la fenêtre `geo` (bouton jaune) les effets de cette commande. Modifiez les paramètres de la fenêtre graphique (bouton `geo` rouge et `WX` pour régler les valeurs des abscisses `WY` pour celles des ordonnées, sans oublier de décocher si besoin `orthonorm`).
4. Modifiez le nombre de lignes du tableau pour obtenir un tableau par pas de  $\frac{1}{100}$ , tout en obtenant la valeur approchée de l'image de 1. Vérifiez avec le nuage de points. Comparez avec la valeur à laquelle vous vous attendiez. Expliquez les différences.

B/Résolution graphique de (E2):

Reprenez exactement les mêmes consignes que précédemment pour résoudre cette nouvelle équation.