

# Présentation rapide du logiciel de calcul formel MuPAD.

Un logiciel de calcul formel permet d'effectuer des manipulations algébriques sans avoir à effectuer d'approximation numérique, par exemple calculer la dérivée ou la primitive d'une fonction, résoudre certaines équations différentielles, etc.

Mupad est l'un des deux logiciels de calcul formel autorisés à la 3ème épreuve orale de l'agrégation de mathématiques. Il est disponible gratuitement pour un usage éducatif (pour obtenir une licence d'utilisation consultez [www.mupad.de](http://www.mupad.de) ou [www.sciface.com](http://www.sciface.com)).

## 1 Mise en route.

MuPAD est installé sur tous les PC linux de la salle B118 du DSU.

Si votre PC est éteint, commencez par appuyer sur les boutons "power" de l'écran et de la tour et patientez une bonne minute.

Si vous ne voyez pas un écran en mode graphique, tapez simultanément sur les touches Control, Alt et F7. Vous devez maintenant voir une fenêtre de login. Entrez votre login et votre mot de passe.

Si vous n'avez pas de fenêtre `Konsole`, cliquez sur l'icône représentant un écran (au milieu de la ligne du bas).

### 1.1 Ouvrir une session MuPAD.

On peut utiliser deux interfaces :

soit `xmupad`,

soit lancer `mupad` à l'intérieur d'`emacs`, c'est cette dernière méthode qui est la plus conviviale.

Dans une fenêtre `Konsole`, taper :

`emacs &` suivie de la touche `< Return >`.

Tapez ensuite sur la touche `Echap` puis tapez `x mupad` et `< Return >`.

MuPAD apparaît alors dans la barre des menus.

Ouvrir le menu MuPAD et sélectionner `Start MuPAD`.

### 1.2 Chercher (et trouver) de l'aide.

L'aide de MuPAD est accessible de trois manières :

- si on utilise MuPAD depuis `emacs`, `Help On`, dans le menu MuPAD, permet d'obtenir de l'aide sur un nom de commande alors que `HyTeX Manual` affiche le manuel complet. Attention il faut quitter `HyTeX Manual` (cliquer sur `Quit` pour pouvoir se servir de MuPAD,

- depuis le navigateur Internet **Netscape** (cliquez sur l'icône de **Netscape** ou tapez **netscape &** dans la fenêtre **Konsole** et **Netscape** s'ouvre sur la page d'aide de MuPAD),
- si on utilise **xmupad**, en allant dans le menu **Tools** puis **Help** qui affiche le manuel complet

Dans la fenêtre d'aide de MuPAD intitulée **HyTeX**, choisissez **Helpindex** pour une recherche par thème ou **Search...** pour une recherche par mot-clefs:

- Si vous avez cliqué **Helpindex**, cliquez ensuite par exemple sur **Standard Library** puis sur **Creation of data structures**, etc.
- Si vous avez opté pour **Search...**, tapez le mot-clef (en anglais) dans la case **Pattern** puis cliquez dans **Ok to search**. Vous obtenez ainsi une page du manuel contenant le mot désiré (si une telle page existe), qui sera mis en inverse vidéo.

Exemple:

Tapez le mot-clef **integration** (pour les fonctions relatives à l'intégration). Vous obtenez la page sur les fonctions arithmétiques ; les mots soulignés sont des pointeurs sur d'autres pages : cliquez sur **int**.

### 1.3 Utiliser et recopier des exemples

La description de la fonction sélectionnée se termine par des exemples, il suffit de cliquer sur les chevrons à gauche des exemples pour les recopier dans la fenêtre **xmupad**, d'où l'on peut les modifier à volonté.

Pour recopier dans la fenêtre MuPAD d'**emacs**, on ne peut pas utiliser **HyTeX**, il faut soit directement faire la recherche par mot-clefs (**Help On** du menu MuPAD) soit utiliser **Netscape**.

**Remarque 1** *On peut également ouvrir une fenêtre d'aide directement depuis la fenêtre MuPAD. Taper ? suivi de <Return> (pour des généralités) ou par exemple ?int <Return> ou ?series <Return> (pour une aide concernant les commandes int (intégrale) ou series (développement en série)) ou encore ?linalg <Return> pour la liste des fonctions du "package" linalg (algèbre linéaire).*

### 1.4 Fermer la fenêtre d'aide.

Pour **HyTeX**, cliquer avec la souris (bouton gauche) sur le mot **Done** en haut de la fenêtre d'aide.

### 1.5 Recopier avec la souris.

MuPAD sous **emacs** utilise les conventions usuelles pour copier/coller du texte (bouton du milieu pour recopier). Notez que sur certains systèmes le bouton du milieu n'existe pas ou ne fonctionne pas, il faut alors cliquer avec le bouton droit et le bouton gauche simultanément.

Par contre le copier-coller sous **xmupad** suit les conventions **XView** différentes du standard ci-dessus. Pour marquer le début de sélection, cliquer avec le bouton gauche de la souris, pour marquer la fin de la sélection, cliquer avec le bouton **du milieu** (ou bouton droit et le bouton gauche simultanément) pour recopier, il faut ensuite "tirer" la sélection avec le bouton droit de la souris depuis sa position initiale jusqu'à la position où l'on souhaite insérer la sélection.

## 1.6 Aspects graphique.

`xmupad` lance une fenetre distincte appelée `vcam`. Lorsqu'on exécute une commande avec sortie graphique depuis MuPAD sous `emacs`, le resultat est sauvegardé dans un fichier appelé `save.mp`.

Pour le visualiser, il faut alors lancer la commande:

```
vcam save.mp
```

dans la fenetre `Konsole`.

## 1.7 Sauver une session.

Sous `emacs`, il suffit de sélectionner la commande `Save Buffer` du menu `Files`. La session doit être sauvegardée sous le nom proposé `*MuPAD*` pour pouvoir continuer à utiliser MuPAD.

Avec `xmupad`, cliquer sur `Settings` et lâcher au-dessus de `Save Text` fait apparaître une fenetre de sauvegarde. Écrire dans la case `File` le nom de vos rêves. Terminer en cliquant sur la case `Ok`.

Attention, tout le texte est sauvegardé (commandes et réponses), pour conserver uniquement les commandes MuPAD de la session, il faut filtrer le fichier.

Pour cela on tape dans une fenetre `Konsole` :

```
mufilter > session.mu (c'est alors le fichier *MuPAD* qui est filtré.
```

```
où session.mu désigne le nom de fichier où on souhaite sauvegarder la session filtrée.
```

## 1.8 Fermer une session.

Cliquer sur `Quit` dans la fenetre MuPAD (`xmupad`).

Cliquer sur `Kill MuPAD session` dans le menu MuPAD (`emacs`), puis sortir de `emacs` en cliquant sur `Exit Emacs` du menu `Files` .

Cliquer sur l'icône representant une croix (au dessus du cadenas) puis confirmer en cliquant sur `Quit` KDE.

## 1.9 Arrêter un calcul

Cliquer sur `Interrupt` du menu MuPAD (`emacs`) ou sur `Interrupt` (`xmupad`).

Cette commande est importante car la complexité d'un calcul peut vite devenir effrayante (même pour un ordinateur).

## 1.10 Exécution en mode non interactif.

Cette section ne concerne que les utilisateurs avancés. On peut lancer MuPAD en mode *batch* (traitement automatique de commandes), par exemple depuis un programme écrit en C à condition de sauvegarder les variables contenant les résultats dans un fichier.

Voici un exemple de fichier de commandes qui calcule la primitive de  $\sin(x)$  et sauvegarde le résultat dans le fichier `result.mu` du répertoire courant (n'importe quel session filtrée par `mufilter` peut jouer le rôle de `essai.mu` à condition d'y rajouter (en l'éditant des `fprint(...)` pour sauvegarder les valeurs intéressantes et de le terminer par `quit` ).

```
/* mupad -S essai.mu */  
a:=int(sin(x),x);  
fprint(Text,"result.mu",a);  
quit;
```

Si ce fichier a pour nom `essai.mu`, la commande :

```
mupad -S essai.mu
```

exécutera le calcul et sauvegardera le résultat sans intervention de l'utilisateur.

Par exemple un programme C peut se servir de `mupad` par l'intermédiaire de l'appel système `system` (cf. `man system` pour la syntaxe de cet appel C).

## 1.11 Informations sur les algorithmes utilisés.

La commande `setuserinfo(Any,n)` où  $n$  est un entier permet de faire afficher à MuPAD des informations sur le déroulement de la plupart des commandes.

Exemple:

```
setuserinfo(Any,5); suivi de int(x*exp(x^2),x);
```

MuPAD affiche ce qu'il fait pour chercher une primitive de  $x * \exp(x^2)$

Le code source des commandes de MuPAD se trouve dans l'arborescence de l'installation de MuPAD (sous Unix), en général il s'agit du fichier:

```
/usr/local/MuPAD/share/lib/lib.tar.
```

Ce fichier `lib.tar` peut être désarchivé dans le répertoire courant en tapant la commande:

```
tar xvf /usr/local/MuPAD/share/lib/lib.tar
```

ce qui permet ensuite d'examiner les fichiers `.mu` qui sont le code source des fonctions MuPAD (par exemple `emacs lib/GCDLIB/gcdheu.mu` permet de lire l'algorithme du PGCD heuristique).

## 2 Aspects mathématiques.

### 2.1 Les bases du langage MuPAD

- MuPAD est sensible à la différence entre majuscules et minuscules. Attention à laisser toujours un espace entre `>>` et le début de la commande, et ne jamais mettre d'espace après le point-virgule final.

- La touche `<Return>` évalue les instructions entrées depuis le dernier "prompt" (signe `>>`). Pour aller à la ligne, utilisez `<Entree>` sur le pavé numérique (`xmupad`).

- Toute instruction (à l'exception des commandes invoquant l'aide) doit se terminer par `;` ou par `:` (le double-point supprime l'impression du résultat sur l'écran).

Exemples:

```
1+1; <Return> affiche 2,
```

```
1+1: <Return> n'affiche rien,
```

- Il faut écrire tous les produits `;` `2*x` et non `2 x` (un espace entre deux symboles n'est pas interprété comme une multiplication).

La puissance  $x^a$  se note par `x^a`.

- L'assignation se fait par `:=` .

Exemples:

```
x:=300!; (donne la valeur 300! à la variable x, sans afficher le résultat)
```

```
ifactor(x); (donne la décomposition de x = 300! en facteurs premiers).
```

Pour enlever une assignation à une variable, on utilise la commande `unassign`, par exemple `unassign(x)` :

Pour enlever toutes les assignations (en fait réinitialiser la session) taper `reset()` :

Il est possible de faire des hypothèses sur une variable sans lui assigner pour autant une valeur précise à l'aide de la commande `assume`.

- Vous pouvez nommer vos variables selon vos désirs à condition que les noms choisis ne soient pas des commandes MuPAD. Par exemple : `f:=sin(x)/x`; dans ce cas `f` est une expression et `subs(f,x=1)`; calcule la valeur de cette expression pour `x=1`
- `%` représente le dernier résultat.
- Constantes utiles : `PI` pour  $\pi$ , `I` pour  $i = \sqrt{-1}$ , `E` pour  $e$  et `infinity` pour  $\infty$  (pour les intégrales impropres et les sommations).
- Exponentielle, logarithme et racine : `exp(x)`, `ln(x)` (en base  $e$ ) et `sqrt(x)`.
- Fonctions trigonométriques : `sin(x)`, `cos(x)`, `tan(x)`, `asin(x)`, `acos(x)` etc. (les arguments sont en radians).
- Une fonction  $g$  se définit par `g:= x-> (...)` ; Attention, les parenthèses après `->` sont indispensables. Exemples : `pol:=x->(3*x^2+1)`; `g:=(u,v)->(u-3*v)`; Pour évaluer `pol` (resp. `g`) en  $a$  (resp. en  $(a,b)$ ) on fait `pol(a)` (resp. `g(a,b)`). Attention à la différence entre expression et fonction si on a défini la fonction  $g$ , `g(x)` a un sens alors que  $g$  n'a pas de sens.
- MuPAD est un langage de programmation complet permettant d'écrire des boucles, des instructions conditionnelles etc...(cf le document d'algorithmique) Vous n'obtiendrez par contre jamais des programmes rapides. Choisissez un autre langage (C, FORTRAN, Pascal ou LISP par exemple) pour programmer un très gros calcul.

## 2.2 Quelques commandes MuPAD utiles.

### 2.2.1 Commandes scalaires

Attention : lorsque  $f$  est une fonction il faut remplacer  $f$  par  $f(x)$  dans la suite.

- `binomial(n,k)` est le coefficient binomial  $\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ ,
- `diff(f,x)` dérive  $f$  par rapport à  $x$  si  $f$  est une expression et `diff(f(x),x)` dérive la fonction  $f$  par rapport à  $x$   
`diff(f,x$ k)` dérive  $f$   $k$ -fois ( $0 < k$  un entier) par rapport à  $x$  si  $f$  est une expression et `diff(f(x),x$ k)` dérive la fonction  $f$  par rapport à  $x$ ,
- `solve(ode(diff(y(x),x$ 2)+y(x)=0,y(x)))`, cherche la solution générale de l'équation différentielle  $y'' + y = 0$ ,
- `DIGITS:=k: float(f)` donne l'évaluation numérique de  $f$  avec  $k$  chiffres significatives,
- `combine(f,sqrt)` regroupe les racines carrés d'une expression  $f$ ,
- `expand(f)` développe  $f$  si  $f$  est une expression et `expand(f(x))` développe  $f$  si  $f$  est une fonction,
- `factor(f)` factorise  $f$  si  $f$  est une expression et `factor(f(x))` factorise  $f$  si  $f$  est une fonction,
- `float(f)` donne l'évaluation numérique avec précision machine de  $f$  et `float(hold(solve)(f=0,x))` cherche une solution numérique de l'expression  $f$  en la variable  $x$ ,
- `ifactor(n)` factorise un entier  $n$ ,

- `int(f,x=a..b)` intègre  $f$  de  $a$  à  $b$ ,
- `int(f,x)` primitive de  $f$  par rapport à la variable  $x$ ,
- `normal(f)` écrit  $f$  sous forme d'une fraction rationnelle irréductible
- `limit(f,x=a)` limite de  $f$  lorsque  $x \rightarrow a$ ,
- `mod a mod n` calcule le reste de  $a$  modulo  $n$ ,
- `plotfunc(g(x),x=a..b)` graphe  $(x, g(x))$  pour  $x \in [a, b]$  (cf section 1.6),
- `radsimp(f)` : simplification des racines carrées contenues dans  $f$
- `rewrite(f,exp)` : réécrit une expression (par exemple trigonométrique)  $f$  à l'aide d'exponentielles.
- `series(f,x=a,k)` (développement à l'ordre  $k$  de  $f$  autour de  $a$ ),
- `simplify(f)` (essaie de simplifier  $f$ ),
- `solve(f=0,x)` (cherche les solutions en  $x$  de  $f(x) = 0$ ),
- `subs(f,x=a)` remplace  $x$  par  $a$  dans  $f$  si  $f$  est une expression et  $f(a)$  si  $f$  est une fonction,
- `sum(f,i=a..b)` (calcule  $\sum_{i=a}^b f$  pour  $a, b$  entiers ou  $\pm\infty$ )

### 2.2.2 Le package linalg.

Pour avoir accès aux commandes du "package" `linalg`, taper :  
`export(linalg)` :

Les commandes sont données sous la forme Mupad.

- `A+B` ou `add(A,B)` (addition de matrices ou de vecteurs),
- `charPolynomial(A,x)` (déterminant de  $x\text{Id} - A$  (polynôme caractéristique))
- `det(A)` (déterminant d'une matrice  $A$ ),
- `scalarProduct(A,B)` (produit scalaire des deux vecteurs  $A$  et  $B$ ),
- `eigenValues(A)` (valeurs propres de la matrice  $A$ . Si vous voulez des valeurs numériques (et si  $A$  est à valeurs numériques) écrivez au moins un des coefficients de  $A$  comme nombre réel ou complexe. Le calcul se fait alors numériquement et c'est beaucoup plus rapide),
- `eigenVectors(A)` (vecteurs propres de  $A$ ),
- `1/A` (calcule l'inverse d'une matrice inversible  $A$ ),
- `linsolve({x+y=1,x-y=0},{x,y})` résout les systèmes linéaires.
- `linearSolve(A,b)` (résout l'équation linéaire  $Ax = b$ ,  $A$  une matrice,  $b$  un vecteur),
- `Dom::Matrix` (création d'une matrice)  
 Exemples:  
`Dom::Matrix()(2,2,[[5,4],[6,3]])` :  
`Dom::Matrix()([[5,4],[6,3]])` :  
`f:=(i,j)->(1/(i+j-1));Dom::Matrix()(2,2,f)` ;

- $A*B$  ou `multiply(A,B)` (multiplication de deux matrices),
- $f*A$  (multiplication de la matrice ou du vecteur  $A$  par le scalaire (ou la fonction)  $f$ ),
- `transpose(A)`
- Création d'un vecteur colonne: c'est une matrice  $n \times 1$ .  
Exemples :  
`Dom:Matrix(3,1,[1,2,3])` :  
`Dom:Matrix([1,2,3])` ;.

Pour exécuter une commande sur toutes les composantes d'un vecteur ou d'une matrice, on utilise la commande `map`, par exemple : `map(A,normal)` exécute la commande `normal` sur toutes les composantes de  $A$ .

### 3 Exercices

1. Développer les expressions suivantes:

$$(x+3)^7 \times (x-5)^6, \quad \sqrt{3+2\sqrt{2}}, \quad \frac{1+\sqrt{2}}{1+2\sqrt{2}}, \quad e^{i\pi/6}$$

2. Factoriser sur  $\mathbb{R}$  :

$$x^8 - 3x^7 - 25x^6 + 99x^5 + 60x^4 - 756x^3 + 1328x^2 - 960x + 256$$

$$x^6 - 2x^3 + 1, \quad (-y+x)z^2 - xy^2 + x^2y$$

3. Calculez les intégrales et simplifiez le résultat:

$$\int \frac{1}{e^x - 1} dx, \quad \int \frac{1}{x \ln(x)} \ln(\ln(x)) dx, \quad \int e^{x^2} dx, \quad \int x \sin(x) e^x dx$$

Vérifiez en dérivant les expressions obtenues.

4. Déterminer la valeur de:

$$\int_1^2 \frac{1}{(1+x^2)^3} dx, \quad \int_1^2 \frac{1}{x^3+1} dx$$

5. Calculer les sommes suivantes

$$\sum_{k=1}^N k, \quad \sum_{k=1}^N k^2, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$$

6. Vérifier que

$$\sin(2x) - 2 \sin(x) \cos(x) = 0$$

en passant en exponentielles complexes.

7. Calculer le développement de Taylor en  $x = 0$  à l'ordre 4 de:

$$\ln(1+x+x^2), \quad \ln\left(\frac{\sin(x)}{x}\right), \quad \frac{\exp(\sin(x)) - 1}{x+x^2}, \quad \sqrt{1+e^x}, \quad \frac{\ln(1+x)}{\exp(x) - \sin(x)}$$

8. Résoudre le système linéaire:

$$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = 2 \\ ax + y + z = 3 \end{cases}$$

9. Déterminer la primitive de:

$$\frac{-e^x \ln(x)^2 + \frac{2(e^x+1)}{x} \times \ln(x) + e^x + e^{2x}}{1 + 2e^x + e^{2x}}$$

10. Déterminer l'inverse et le déterminant de:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

11. Factoriser 100!

## 4 Informations sur les systèmes linux du DSU

La salle B118 dispose de 16 PC linux (pcmath1 à pcmath17 sauf pcmath14) où Mupad est installé. Lors de la création des comptes, votre mot de passe sera identique sur toutes les machines, mais si vous le changez par la suite, il ne changera que sur la machine où vous tapez `passwd`.

Vos fichiers sont sur le disque dur du PC sur lequel vous êtes connectés. Vous pouvez recopier d'un PC à l'autre à l'aide de la commande `scp`. Par exemple si vous avez travaillé sur pcmath7 et créé un fichier `essai.mu` et que la semaine suivante vous êtes sur un autre PC, tapez la commande:

```
scp pcmath7:essai.mu .
```

Vous devrez indiquer un chemins d'accès si le fichier à recopier ne se trouve pas dans votre répertoire principal sur pcmath7. Par exemple si `essai.mu` se trouve dans le répertoire Programmes sur pcmath7, tapez:

```
scp pcmath7:Programmes/essai.mu .
```

Vous pouvez également recopier un fichier sur une disquette, pour cela utilisez la commande `mcopy`, par exemple : `mcopy essai.mu a:`

recopie le fichier `essai.mu` du disque dur sur la disquette, inversement : `mcopy a:essai.mu .`

recopie le fichier `essai.mu` de la disquette sur le disque dur.

Pour éviter de faire des erreurs en recopiant un fichier d'une machine à l'autre, essayez de rester sur le même PC d'une séance à l'autre. Prenez le temps de faire des copies de sauvegardes de vos fichiers importants, soit sur un serveur du DSU (voire procédure ci-dessous) soit sur une (voire 2) disquette(s) (commande `mcopy` ci-dessus), car vos fichiers sur les PC ne sont pas sauvegardés sur bande magnétique.

Copie d'un fichier sur un serveur du DSU, par exemple zenon : `ftp zenon`  
Tapez votre nom d'utilisateur puis la touche Entrée ou simplement la touche Entrée si le nom d'utilisateur (Name) qui s'affiche entre parenthèses est correct, entrez ensuite votre mot de passe. Pour envoyer le fichier `essai.mu` depuis le PC sur zenon, tapez ensuite : `send essai.mu`

Recommencez pour les autres fichiers à sauvegarder. Lorsque vous avez terminé, tapez `bye`.

Remarque: pendant le déroulement du programme `ftp`, vous pouvez utiliser la commande `cd nom-de-repertoire` pour sauvegarder vos fichiers dans le répertoire `nom-de-repertoire` du serveur (zenon).