Université Joseph Fourier
Année universitaire 2007/2008
Licence Sciences et Technologies (L2)
Unité MAT237
Feuille d'exercices no. 3

Etude complète de courbes paramétrées

Faire l'étude complète des courbes paramétrées suivantes.

Exercice 1 $x(t) = \cos(3t), y(t) = \sin(2t)$.

Exercice 2 $x(t) = 2t^4 - 2t^3, y(t) = t^2 - t$

Exercice 3 $r(\theta) = \sin(2\theta/3)$

Longeur des arcs

Exercice 4 Montrer que les deux arcs suivants ont même longeur : $r = a\sin(2\theta)$ et $x = 2a\cos(t), y = a\sin(t)$.

Exercice 5 Longeur de l'arc défini par $r = \sqrt{\cos(2\theta)}$.

Repère de Frenet Donner le repère de Frenet des courbes suivantes.

exercice 6 Cercle unité, d'équation polaire $r = 1$.

Exercice 7 $x = y, y = \sin(t)$

Exercice 8 Hyperbole $x^2 - y^2 = 1$.

Exercice 9 Ellipse $(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$, $a, b > 0$.

Exercice 10 Parabole $y^2 = 2px$, $p > 0$.

Rayon de Courbure, cercle osculateur

Trouver le rayon et le centre de courbure des arcs suivants :

Exercice 11 $x = (1 + \cos^2(t))\sin(t), y = \sin^2(t)\cos(t)$

Exercice 12 $x = t - sh(t)ch(t), y = 2ch(t)$.

Exercice 13 $r = \tan(\theta/2)$.

Exercice 14 Rayon de courbure en $(0,0)$ de la courbe $y = \dfrac{\arcsin(\sqrt{x})}{\sqrt{x(1-x)}}$.

Exercice 15 Rayon de Courbure en O de $x = t^2 + t, y = (t+1)e^{1/t}$.

Intégrales curvilignes

Exercice 16 Calculer l'integrale curviligne

$$\int_\gamma \frac{(x-y)dx + (x+y)dy}{x^2+y^2}$$

où γ est le carré ce centre O et de côté $2a$.

Exercice 17 Calculer $\int_\gamma (e^x \cos y + xy^2)dx - (e^x \sin(y) + x^2 y)dy$, où γ est la lemniscate $r = \sqrt{\cos(2\theta)}$, $\theta \in [0, \pi/4]$.

Exercice 18 Soit $a, b > 0$. Calculer $\displaystyle\int_\gamma x^2 dy + y^2 dx$, où γ a pour équation cartésienne l'une des équations suivantes : $x^2 + y^2 - ax = 0$, $(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$, $(x/a)^2 + (y/b)^2 - 2x/a - 2y/b = 0$. On choisira une orientation de l'arc.