

Devoir surveillé No.1

Documents, calculatrices et téléphones portables interdits. Durée 1h30.

Exercice I

On considère la courbe définie en coordonnées polaires par

$$\rho(\theta) = 1 + \frac{1}{\sin(\theta/2)}$$

1. Déterminer le domaine de définition et la période de l'arc paramétré.
2. Étudier la branche infinie en $\theta = 0$.
3. Même question pour $\theta = 2\pi$.
4. Tracer la courbe.

Exercice II

1. Etudier les branches infinies et les points singuliers de la courbe

$$x(t) = t^2 + t^4, y(t) = t^3 + t^5.$$

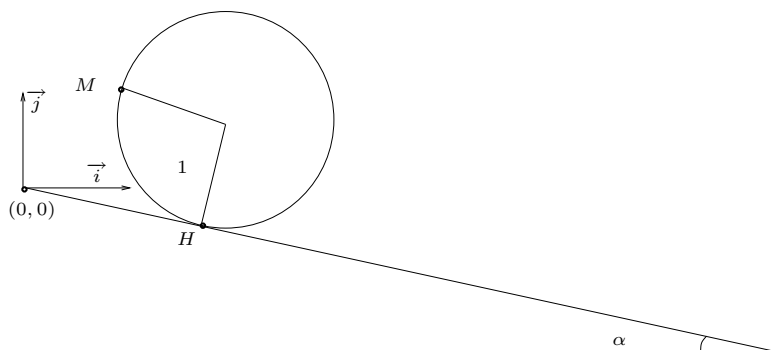
2. Tracer la courbe.

Exercice III

1. Déterminer un repère de Frenet en tout point pour la *néphroïde* d'équation paramétrique $x(t) = 3 \cos(t) - \cos(3t)$ et $y(t) = 3 \sin(t) - \sin(3t)$.
2. Trouver la longueur d'arc de la partie qui correspond aux valeurs $t \in [-\pi/4, \pi/4]$.

Exercice IV

On considère un cercle de rayon 1, roulant sans glisser sur une axe faisant un angle α avec l'horizontale. On note H l'intersection du cercle et de l'axe, et M un point fixe sur le cercle. On suppose qu'en $t = 0$ on a $M = H = (0, 0)$ dans le repère (\vec{i}, \vec{j}) . Donner dans ce repère un paramétrage de la courbe décrite par M lorsque le cercle roule sur l'axe.



Indication: On pourra utiliser le fait que lorsque $\alpha = 0$, on a $M(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t)$