Carrés symétriques, formes modulaires arithmétiques et fonctions L p-adiques

Bertrand GORSSE, Fabienne JORY-HUGUE,
Alexei PANTCHICHKINE, Julien PUYDT, Gilles ROBERT

Institut Fourier, Université Grenoble-1
B.P.74, 38402 St.–Martin d'Hères, FRANCE

cette présentation est disponible à l'adresse :
`http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~panchish/06if.pdf`

Table des matières

Origines du groupe de travail "Carrés symétriques"

1) Exposés concernant la thèse de J. Puydt [Puy] en 2002-2003
2) Le travail de Dabrowski-Delbourgo [Da-De]
3) Le travail de F. Jory-Hugue sur les fondements de la construction des h-mesures p-adiques [JoH05]. À partir de ce travail, G. Robert vient d'obtenir un joli résultat.
4) Exposés de A. Pantchichkine sur ses propres avancées.

Familles p-adiques de formes modulaires

Le groupe de travail est centré sur l'article [PaTV], *Two variable p-adic L functions attached to eigenfamilies of positive slope*, contenant une solution du problème :
Étant donnée une famille p-adique analytique
$k \mapsto f_k = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(k)q^n \in \overline{\mathbb{Q}}[\![q]\!]$ de pente positive $\sigma > 0$, construire une fonction L de deux variables, donnant une interpolation des valeurs spéciales $L^*(f_k, s, \chi)$ sur tous les couples (s, k), avec $1 \leq s \leq k-1$ (voir [CoM], p.6)

Formes modulaires et leurs fonctions L

On considère
les formes modulaires comme
1) certaines *séries de puissances de la variable q :*

$$f = \sum_{n=0}^{\infty} a_n q^n \in \mathbb{C}[[q]]$$ et comme

2) certaines *fonctions holomorphes sur le demi-plan de Poincaré*
$\mathbb{H} = \{z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Im}\ z > 0\}$

où $q = \exp(2\pi i z)$,
$z \in \mathbb{H}$, et on considère
les fonctions L attachées

$$L(f, s, \chi) = \sum_{n=1}^{\infty} \chi(n) a_n n^{-s}$$

pour tout caractère de Dirichlet
$\chi : (\mathbb{Z}/N\mathbb{Z})^* \to \mathbb{C}^*$.

Le corps de Tate $\mathbb{C}_p$

On fixe un nombre premier p, et soit $\mathbb{C}_p = \widehat{\overline{\mathbb{Q}}}_p$ le corps de Tate

On fixe un plongement
$i_p : \overline{\mathbb{Q}} \hookrightarrow \mathbb{C}_p$, et on considère
les nombres algébriques comme
des nombres p-adiques via i_p.

On étudie aussi d'autres familles de fonctions L :

les carrés symétriques (travail de Bertrand GORSSE et de Gilles ROBERT),
les produits triples (travail de Siegfried BOECHERER et d'Alexei PANTCHICHKINE) (voir aussi [PaB1]), sur les fonctions L de formes modulaires de Siegel et de Hilbert-Siegel (travail de Michel COURTIEU, de JungJu CHOIE et d'Alexei PANTCHICHKINE).
On essaye d'utiliser un cadre adélique pour la méthode de Rankin-Selberg pour une étude des valeurs spéciales (travail de Fabienne JORY-HUGUE et de Julien PUYDT).
Produits triples p-adiques des formes modulaires construits en collaboration avec S.BOECHERER (Mannheim, Allemagne), en 2004-2005, et nouvel article :
"Admissible p-adic measures attached to triple products of elliptic cusp forms"
soumis dans Documenta Math. en 2005 (volume spécial dédié à John COATES)
ce travail est disponible à l' adresse :
http ://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~panchish/tc/tc.pdf.

Formes modulaires arithmétiques et opérateurs différentiels

Soit $\mathcal{A}$ un anneau commutatif
Les formes modulaires presque holomorphes (dans le sens de Shimura, [ShiAr]) sont certaines séries formelles

$$g = \sum_{n=0}^{\infty} a(n;R)q^n \in \mathcal{A}[\![q]\!][R], \text{ avec la propriété}$$

pour $\mathcal{A} = \mathbb{C}$, $z = x + iy \in \mathbb{H}$, $R = (4\pi y)^{-1}$, la série converge vers une forme modulaire $\mathcal{C}^\infty$ sur $\mathbb{H}$, de poids k donné et de caractère de Dirichlet ψ. Les coefficients $a(n;R)$ sont des polynômes dans $\mathcal{A}[R]$. Si $\deg_R a(n;R) \le r$ pour tout n, nous appelons g presque holomorphe de type r (elle est annulée par $(\frac{\partial}{\partial \bar{z}})^{r+1}$, see [ShiAr]).

Nous utilisons la notation $\mathcal{M}_{k,r}(N,\psi,\mathcal{A})$ ou $\tilde{\mathcal{M}}(N,\psi,\mathcal{A})$ pour les $\mathcal{A}$-modules de telles formes (Dans notre construction le poids k varie).
Un exemple connu (voir l'introduction de [ShiAr]) est donné par les séries

$$\begin{aligned} &-12R + E_2 := -12R + 1 - 24\sum_{n=1}^{\infty} \sigma_1(n)q^n \\ &= \frac{3}{\pi^2}\lim_{s\to 0} y^s \sum_{m_1,m_2\in\mathbb{Z}}{}' (m_1+m_2z)^{-2}|m_1+m_2z|^{-2s}, (R = (4\pi y)^{-1}) \end{aligned}$$

où $\sigma_1(n) = \sum_{d|n} d$.
L'action de l'opérateur différentiel de Shimura

$$\delta_k : \mathcal{M}_{k,r}(N,\psi,\mathcal{A}) \to \mathcal{M}_{k+2,r+1}(N,\psi,\mathcal{A}),$$

est donné sur $\mathbb{C}$ par $\delta_k(f) = q\dfrac{\partial f}{\partial q} - kRf$.

Une famille de pente $\sigma > 0$ de formes paraboliques f_k de poids $k \geq 2$:

$$k \mapsto f_k = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(k) q^n$$
$\in \overline{\mathbb{Q}}[\![q]\!] \subset \mathbb{C}_p[\![q]\!]$
Un exemple modèle de famille p-adique (non parabolique et $\sigma = 0$) : Séries d'Eisenstein
$$a_n(k) = \sum_{d|n} d^{k-1}, f_k = E_k$$

1) les coefficients de Fourier $a_n(k)$ de f_k et un des p-paramètres $\alpha(k) := \alpha_p^{(1)}(k)$ de Satake sont donnés par certaines functions $k \mapsto a_n(k)$ p-adique analytique pour $(n, p) = 1$

2) la pente est constante et positive : $\mathrm{ord}(\alpha(k)) = \sigma > 0$

L'existence d'une famille de pente positive $\sigma > 0$ a été établi par Coleman, voir [CoPB]

R.Coleman donne un exemple pour $p = 7$, $f = \Delta$, $k = 12$
$a_7 = \tau(7) = -7 \cdot 2392, \sigma = 1.$

Un programme en PARI pour calculer de telles familles se trouve dans [CST98] (voir aussi la page Web de W.Stein, `http ://modular.fas.harvard.edu/`)

Théorie des modules de Banach-Coleman :

• L'opérateur U agit en tant qu'opérateur complètement continu sur chaque sous-$\mathcal{A}$-module $\mathcal{M}^\dagger(Np^v; \mathcal{A}) \subset \mathcal{A}[\![q]\!]$ (*i.e.* U est la limite d'opérateur de dimension finie)

$\Longrightarrow$ le déterminant de Fredholm $P_U(T) = \det(Id - T \cdot U) \in \mathcal{A}[\![T]\!]$ existe

• il existe une version de la théorie de Riesz : pour toute racine inverse $\alpha \in \mathcal{A}^*$ de $P_U(T)$ il existe une fonction propre g, $Ug = \alpha g$

• il existe une projection α-caractéristique sur un sous-$\mathcal{A}$-module $\mathcal{M}^\dagger(Np^v; \mathcal{A})^\alpha$ (localement libre de rang fini)

cette construction fournie une famille $ev_k(g) \in \mathbb{C}_p[\![q]\!]$ des formes propres paraboliques classiques pour tout k telle que (k, ψ) est dans un voisinage de $\mathcal{B} \subset X$ (voir [CoPB] et [CoCOv])

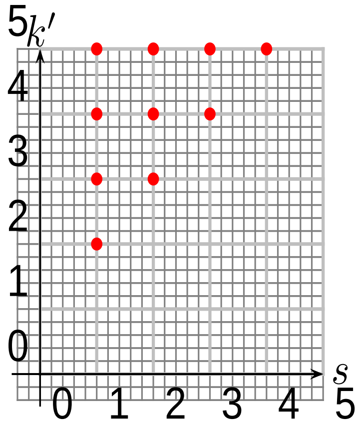
Motivation

elle provient de la conjecture de Birch et Swinnerton-Dyer, voir [Colm03] , Colmez, P. : La conjecture de Birch et Swinnerton-Dyer p-adique. Séminaire Bourbaki. [Exposé N°.919] (Juin 2003). Pour une forme propre parabolique $f = f_2$, correspondant à une courbe elliptique E par Wiles [Wi95], nous considérons une famille contenant f.

On peut essayer f'approcher $k = 2, s = 1$ depuis l'autre direction, en prenant $k \to 2$, au lieu de $s \to 1$, ceci conduit à une formule reliant la dérivé par rapport à s en $s = 1$ de la fonction L p-adique à la dérivé par rapport à k en $k = 2$ de la fonction p-adique analytique $\alpha_p(k)$, voir [CST98] :

$\boxed{L'_{p,f}(1) = \mathcal{L}_p(f)L_{p,f}(1)}$

avec $\mathcal{L}_p(f) = -2\dfrac{d\alpha_p(k)}{dk}\Big|_{k=2}$



La validité de cette formule nécessit l'existence of de notre fonction L de deux variables !

Familles de carrés symétriques

Considérons la famille de Coleman $k' \mapsto f_{k'} = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(k')q^n \in \overline{\mathbb{Q}}[\![q]\!]$ de pente $\sigma > 0$ de formes propres paraboliques $f_{k'}$ de poids $k' \geq 2$ contenant f, et considérons le carré symétrique

$$D(s, f_{k'}, \chi) = L(2s - 2k' + 2, \psi^2\chi^2) \sum_{n=1}^{\infty} \chi(n) a_{n^2}(k') n^{-s} = \tag{4.1}$$

$$\prod_{l \text{ prime}} \{(1 - \chi(l)\alpha_l^2(k')l^{-s})(1 - \chi(l)\alpha_l(k')\beta_l(k')l^{-s})(1 - \chi(l)\beta_l^2(k')l^{-s})\}^{-1}$$

- *Holomorphie* de la fonction : (4.1) G.Shimura, [Shi75]
- *Agébricité des valeurs critiques* de la fonction (4.1) Don Zagier, [Za77], J.Sturm, [St80]
- *L-functions p-aqiques admissibles* attachées à (4.1) A.Dąbrowski, D.Delbourgo, [Da-De]

Question : Constuire des carrés symétriques p-adiques de deux variables attachés aux familles de Coleman.

Pour des familles ordinaires, ceci a été fait par Hida, et pour les familles de Coleman c'est le sujet de la thèse de B.Gorsse, (Institut Fourier, Grenoble).
Il utilise les séries Eisenstein de Cohen-Zagier de poids demi-entier, et le critère général d'admissibilité du Théorème principal dans [PaJTNB], p. 816 avec $\varkappa = 2$.
Des techniques similaires sont utilisés par W.Kim (Berkeley) [Kim], qui a développé la métjode de Hida [Hi81], et suggéré une description conjecturale des zéros de telles fonctions L en termes de points de ramification de la courbe propre.

Cas de produits triples (S.Boecherer, A.Pantchichkine)

Le produit triple avec un caractère de Dirichlet χ est défini comme la fonction L complexe suivanteis (un produit d'Euler de degré huit) :

$$L(f_1 \otimes f_2 \otimes f_3, s, \chi) = \prod_{p \nmid N} L((f_1 \otimes f_2 \otimes f_3)_p, \chi(p)p^{-s}), \tag{5.2}$$

$$\text{où } L((f_1 \otimes f_2 \otimes f_3)_p, X)^{-1} = \tag{5.3}$$

$$\det\left(1_8 - X\begin{pmatrix}\alpha^{(1)}_{p,1} & 0 \\ 0 & \alpha^{(2)}_{p,1}\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}\alpha^{(1)}_{p,2} & 0 \\ 0 & \alpha^{(2)}_{p,2}\end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix}\alpha^{(1)}_{p,3} & 0 \\ 0 & \alpha^{(2)}_{p,3}\end{pmatrix}\right)$$

$$= \prod_{\eta}(1 - \alpha^{(\eta(1))}_{p,1}\alpha^{(\eta(2))}_{p,2}\alpha^{(\eta(3))}_{p,3}X)$$

$$= (1 - \alpha^{(1)}_{p,1}\alpha^{(1)}_{p,2}\alpha^{(1)}_{p,3}X)(1 - \alpha^{(1)}_{p,1}\alpha^{(1)}_{p,2}\alpha^{(2)}_{p,3}X) \cdot \ldots \cdot (1 - \alpha^{(2)}_{p,1}\alpha^{(2)}_{p,2}\alpha^{(2)}_{p,3}X),$$

le produit portant sur les 8 fonctions $\eta : \{1, 2, 3\} \to \{1, 2\}$.

Valeurs critiques et équation fonctionnelle

Nous utilisons la fonction L normalisée (voir [De79], [Co], [Co-PeRi]), qui a la forme suivante

$$\Lambda(f_1 \otimes f_2 \otimes f_3, s, \chi) = \qquad (5.4)$$
$$\Gamma_{\mathbb{C}}(s)\Gamma_{\mathbb{C}}(s-k_3+1)\Gamma_{\mathbb{C}}(s-k_2+1)\Gamma_{\mathbb{C}}(s-k_1+1)L(f_1 \otimes f_2 \otimes f_3, s, \chi),$$

où $\Gamma_{\mathbb{C}}(s) = 2(2\pi)^{-s}\Gamma(s)$.
Le facteur Gamma détermine les valeurs critiques $s = k_1, \cdots, k_2 + k_3 - 2$ of $\Lambda(s)$, que nous pouvons évaluer de manière explicite (comme la formule classique $\zeta(2) = \frac{\pi^2}{6}$). Une équation fonctionnelle de $\Lambda(s)$ a la forme

$$s \mapsto k_1 + k_2 + k_3 - 2 - s.$$

Énoncé du probleme pour les produits triples

Étant donné trois familles analytiques p-adiques $\mathbf{f}_j$ de pente $\sigma_j \geq 0$, construire une fonction L p-adique de quatre variable attachée au produit triple de Garrett de ces familles

On montre que cette fonction interpôle les valeurs spéciales

$$(s, k_1, k_2, k_2) \longmapsto \Lambda(f_{1,k_1} \otimes f_{2,k_2} \otimes f_{3,k_3}, s, \chi)$$

aux points critiques $s = k_1, \cdots, k_2 + k_3 - 2$ pour des poids équilibrés $k_1 \leq k_2 + k_3 - 2$; nous prouvons que ces valeurs sont des nombres algébriques après division par certaines "périodes".
Cependant, la construction utilise directement les formes modulaires, et non les valeurs L en question, et une comparaison des valeurs spéciales de deux fonctions est faite après construction.

Théorème principal sur les fonctions p-adiques analytiques en quatre variables attachées aux produits triples

1) *La fonction* $\mathcal{L}_{\boldsymbol{f}} \colon (s, k_1, k_2, k_3) \mapsto \dfrac{\left\langle \boldsymbol{f}^0, \mathcal{E}(-r,\chi)\right\rangle}{\left\langle \boldsymbol{f}^0, f_0\right\rangle}$ *dépend analytiquement p-adiquement de quatre variables* $(\chi \cdot y_p^r, k_1, k_2, k_3) \in X \times \mathcal{B}_1 \times \mathcal{B}_2 \times \mathcal{B}_3$ *;*
2) *Comparaison des valeurs complexes et p-adiques : pour tout* (k_1, k_2, k_3) *dans un voisinage affinoïde de* $\mathcal{B} = \mathcal{B}_1 \times \mathcal{B}_2 \times \mathcal{B}_3 \subset X^3$*, satisfaisant* $k_1 \le k_2 + k_3 - 2$ *: les valeurs en* $s = k_2 + k_3 - 2 - r$ *coïncident avec les valeurs critiques normalisées*

$$L^*(f_{1,k_1} \otimes f_{2,k_2} \otimes f_{3,k_3}, k_2 + k_3 - 2 - r, \chi) \tag{7.5}$$
$$(r = 0, \cdots, k_2 + k_3 - k_1 - 2),$$

pour des caractères de Dirichlet χ mod Np^v, $v \ge 1$, tels que les trois caractères de Dirichlet correspondant ont des conducteurs Np-complets :

Théorème (suite)

$$\chi_1 \bmod Np^v = \chi, \ \chi_2 \bmod Np^v = \psi_2\bar{\psi}_3\chi, \tag{7.6}$$
$$\chi_3 \bmod Np^v = \psi_1\bar{\psi}_3\chi, \boldsymbol{\psi} = \chi^2\psi_1\psi_2\overline{\psi}_3.$$

3) *Dépendance de* $x \in X$ *: soit* $H = [2\mathrm{ord}_p(\lambda)] + 1$*. Pour tout* $(k_1, k_2, k_3) \in \mathcal{B}$ *et* $x = \chi \cdot y_p^r$ *la fonction*

$$x \longmapsto \frac{\left\langle \boldsymbol{f}^0, \mathcal{E}(-r,\chi)\right\rangle}{\left\langle \boldsymbol{f}^0, f_0\right\rangle}$$

se prolonge en une fonction p-adique analytique de type $o(\log^H(\cdot))$ *de la variable* $x \in X$*.*

La construction peut être fait en quelques étapes indépendants :

- 1) Construction de distributions Φ_j (sur un espace profini ou adélique Y tel que $Y = \mathbb{A}_K^*/K^*$ pour un corps de nombres K) à valeurs dans une tour modulaire de dimension infinie $\mathrm{M}(\psi)$ sur les nombres complexes (ou dans un $\mathcal{A}$-module de rang infini sur une algèbre $\mathcal{A}$).
- 2) Application du projecteur canonique de type π_α sur un sous-espace de dimension finie $\mathcal{M}^\alpha(\psi)$ de $\mathcal{M}^\alpha(\psi)$ (ou sye un $\mathcal{A}$-module localement libre de rang finie sur une algèbre $\mathcal{A}$) : $\boxed{\pi_\alpha(g) = (U^\alpha)^{-v}\pi_{\alpha,0}(U^v(g)) \in \mathcal{M}^\alpha(\Gamma_0(Np), \psi, \mathbb{C}_p)}$ (ceci ne marche que pour α non-nul !) (c'est la projection canonique caractéristique α de $g \in \mathcal{M}(\Gamma_0(Np^{v+1}), \psi, \mathbb{C})$ (independant de v)).
- 3) On démontre un critère général d'admissibilité (voir Théorème principal dans [PaJTNB], p. 816) disant que la suite $\pi_\alpha(\Phi_j)$ de distributions à valeurs dans $\mathcal{M}^\alpha(\psi)$ donne une h-mesure admissible $\tilde{\Phi}$ à valeur dans ce module de rang fini pour un nombre naturel h convenable (déterminé par la pente $\mathrm{ord}_p(\alpha)$).

- 4) Application de la forme linéaire ℓ de type $g \mapsto \langle f^0, \pi_\alpha(g)\rangle / \langle f, f\rangle$ produisant des distributions $\mu_j = \ell(\pi_\alpha(\Phi_j))$, et (automatiquement) une mesure admissible : la condition de croissance est automatiquement satisfaite à partir des congruences entre formes modulaires $\pi_\alpha(\Phi_j)$
- 5) On montre que certaines integrales $\mu_j(\chi)$ des distributions μ_j coïncident avec certaines valeurs L ; cependant ces integrales ne sont pas nécessaires pour la construction de mesures (déjà fait à l'étape 4).
- 6) On montre un resultat d'unicité pour les h-mesures admissibles construites : elles sont déterminées par une partie de leurs integrales sur les caractères de Dirichlet (pas tous), par exemple, seulemnt pour les caractères de Dirichlet avec un conducteur assez grand (cette étape n'est pas nécessaire, mais il est intéressant d'avoir unicité dans la construction), voir [JoH05].

- 7) Si nous avons de la chance, nous pouvons prouver une équation fonctionnelle pour les mesures μ construites (utilisant l'unicité de 6), et utilisant une équation fonctionnelle des valeurs L , par exemple pour les caractères de Dirichlet de conducteur assez grand (une fois de plus cette étape n'est pas nécessaire) Cette méthode s'applique dans des cas variés, cf. [PaJTNB], [Puy], [Go02].

Notons que les espaces propres $\mathcal{M}^{(\alpha)}$ de U sont contenus dans les sous-espaces primaires $\mathcal{M}^{\alpha}$, et qu'ils ont été utilisés par D. Kazhdan, B. Mazur, C.-G. Schmidt, voir [KMS2000], dans le cas p-ordinaire via un procédé de limite p-adique. Remarquons que nos n'avons pas besoin d'un tel procédé, et que nous traitons le cas général de pente strictement positive.

Un colloque international "Formes modulaires et leurs applications" à l'occasion du 70-ème anniversaire de A.N.Andrianov (l'Institut Fourier, 2006 ou debut 2007)

La partie neuve de résultats évoquées ci-dessus y sera exposée.
La théorie générale des fonctions zeta attachées aux formes modulaires a été créée par Hecke dans le cas de dimension un et par Andrianov dans le cas multidimensionnel (formes modulaires de Siegel). De plus, le problème de base dans cette théorie, depuis Liouville, est de calculer les fonctions thêta des formes quadratiques, en utilisant les polynômes harmoniques. L'action de l'algébre de Hecke sur de telles séries a été précisément décrite par Andrianov lors d'un séjour précédent à l'Institut Fourier. Lors d'un autre séjour, il a étendu la théorie des formes primitives au cas de Siegel en niveau premier.
Le colloque va renforcer la coopération internationale et des échanges dans ce domaine. On planifie la participation de A.N.Andrianov, Yu.I.Manin, YoungJu Choie, E.Freitag, P.Gerardin, Ch.Bachoc, S.Boecherer,W.Kohnen, R. Salvati Manni , H.Yoshida, Y.Hironaka, T.Ochiai, J.Tilouine, ainsi que des jeuns cherchers.

Références

- Amice, Y. and Vélu, J., *Distributions p-adiques associées aux séries de Hecke*, Journées Arithmétiques de Bordeaux (Conf. Univ. Bordeaux, 1974), Astérisque no. 24/25, Soc. Math. France, Paris 1975, 119 - 131
- Böcherer, S., and Schmidt, C.-G., *p-adic measures attached to Siegel modular forms*, Ann. Inst. Fourier 50, N°5, 1375-1443 (2000).
- Böcherer, S. and Schulze-Pillot, R., *On the central critical value of the triple product L-function.* David, Sinnou (ed.), Number theory. Séminaire de Théorie des Nombres de Paris 1993–94. Cambridge : Cambridge University Press. Lond. Math. Soc. Lect. Note Ser. 235, 1-46 (1996).
- Coates, J. *On p–adic L–functions.* Sem. Bourbaki, 40eme annee, 1987-88, n° 701, Asterisque (1989) 177–178.

- Coates, J. and Perrin-Riou, B., *On p-adic L-functions attached to motives over* $\mathbb{Q}$, Advanced Studies in Pure Math. 17, 23–54 (1989)
- Coleman, Robert F., *Classical and overconvergent modular forms*, Invent. Math. 124, N°1-3, 215–241 (1996)
- Coleman, Robert F., *p-adic Banach spaces and families of modular forms*, Invent. Math. 127, N°3, 417-479 (1997)
- Coleman, R., Gouvêa, Fernando Q., et Jochnowitz, N, *E_2, Θ and Overconvergence*, IMRN N°1, (1995).
- R. Coleman, B. Mazur, *The eigencurve. Galois representations in arithmetic algebraic geometry* (Durham, 1996), 1–113, London Math. Soc. Lecture Note Ser., 254, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1998.

- R. Coleman, G. Stevens, J. Teitelbaum, *Numerical experiments on families of p-adic modular forms*, in : Computational perspectives in Number Theory, ed. by D.A. Buell, J.T. Teitelbaum, Amer. Math. Soc., 143-158 (1998).
- Colmez, P. *Fonctions L p-adiques*, Séminaire Bourbaki, exposé n° 851, novembre 1998.
- Colmez, P. La conjecture de Birch et Swinnerton-Dyer p-adique. Séminaire Bourbaki, exposé n° 919, juin 2003.
- Courtieu, M., *Familles d'opérateurs sur les formes modulaires de Siegel et fonctions L p-adiques*, `http ://www-fourier.ujf-grenoble.fr/THESE/ps/t101.ps.gz`, Thèse de Doctorat, Institut Fourier, 2000, 1–122.
- Courtieu, M., Panchishkin, A.A., *Non-Archimedean L-Functions and Arithmetical Siegel Modular Forms*, Lecture Notes in Mathematics 1471, Springer-Verlag, 2004 (2nd augmented ed.)

- A.Dabrowski, D.Delbourgo, S-adic L-functions attached to the symmetric square of a Newform Proc. London Math. Soc. (3) 74 (1997) pp. 559-611
- Deligne P., *Formes modulaires et reprèsentations l-adiques*, Sem. Bourb. 1968/69 ,exp. no 335. Springer-Verlag, Lect. Notes in Math. N°179 (1971) 139 - 172
- Deligne P., *Valeurs de fonctions L et périodes d'intégrales*, Proc. Symp. Pure Math AMS 33 (part 2) (1979) 313–342.
- Garrett, P.B., *Decomposition of Eisenstein series : Rankin triple products*, Ann. of Math. 125 (1987), 209–235
- Garrett, P.B. and Harris, M., *Special values of triple product L–functions*, Amer. J. Math 115 (1993) 159–238

Gorsse, B., Carrés symétriques de formes modulaires et intégration p-adique. Mémoire de DEA de l'Institut Fourier, juin 2002

Gorsse B., Robert G., Computing the Petersson product $\langle f^0, f_0 \rangle$. Prépublication de l'Institut Fourier, N°654, (2004).

P.Guerzhoy, *Jacobi-Eisenstein series and p-adic interpolation of symmetric squares of cusp forms*, Annales de l'Institut Fourier (1995)).

Ha Huy, Khoai, *p-adic interpolation and the Mellin-Mazur transform*, Acta Math. Viet. 5, 77-99 (1980).

H. Hida, *Congruence of cusp forms and special values of their zeta functions.* Invent. Math. 63 (1981), no. 2, 225–261.

Hida, H., *A p-adic measure attached to the zeta functions associated with two elliptic cusp forms. I*, Invent. Math. 79 (1985) 159–195

Hida, H., *Galois representations into $GL_2(\mathbb{Z}_p[[X]])$ attached to ordinary cusp forms*, Invent. Math. 85 (1986) 545–613

Hida, H., *Le produit de Petersson et de Rankin p-adique*, Séminaire de Théorie des Nombres, Paris 1988–1989, 87–102, Progr. Math., 91, Birkhäuser Boston, Boston, MA, 1990.

Hida, H., *Elementary theory of L-functions and Eisenstein series*, London Mathematical Society Student Texts. 26 Cambridge : Cambridge University Press. ix, 386 p. (1993).

H. Hida, *p-adic automorphic forms on Shimura varieties.* Springer Monographs in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 2004. xii+390 pp.

- Jory–Hugue, F., *Unicité des h–mesures admissibles p-adiques données par des valeurs de fonctions L sur les caractères*, Prépublication de l'Institut Fourier (Grenoble), N°676, 1-33, 2005
- Iwasawa, K., *Lectures on p–adic L–functions*, Ann. of Math. Studies, N°74. Princeton University Press, 1972
- Ibukiyama, T. *On differential operators on automorphic forms and invariant pluriharmonic polynomials*, Comm. Math. Univ. S. Pauli 48 (1999), 103-118
- Kaneko, M., Zagier, Don, *A generalized Jacobi theta function and quasimodular forms.* The moduli space of curves (Texel Island, 1994), 165–172, Progr. Math., 129, Birkhäuser Boston, Boston, MA, 1995.
- Katz, N.M., *p-adic interpolation of real analytic Eisenstein series*, Ann. of Math. 104 (1976) 459–571

- Katz, N.M., *p-adic L-functions for CM–fields*, Invent. Math. 48 (1978) 199–297
- D. Kazhdan, B. Mazur, C.-G. Schmidt, *Relative modular symbols and Rankin-Selberg convolutions*. J. Reine Angew. Math. 519, 97-141 (2000).
- W. Kim, Ramification points on the Eigencurve. Manuscript, 2004, pp.1-21
- Kitagawa,Koji, *On standard p-adic L-functions of families of elliptic cusp forms*, Mazur, Barry (ed.) et al. : p-adic monodromy and the Birch and Swinnerton-Dyer conjecture. A workshop held August 12-16, 1991 in Boston, MA, USA. Providence, R : American Mathematical Society. Contemp. Math. 165, 81-110, 1994
- Kubota T. and Leopoldt H.-W. , *Eine p-adische Theorie der Zetawerte*, J. reine angew. Math. 214/215 (1964) 328–339

- Lang S., *Introduction to Modular Forms*, Springer Verlag, 1976
- Maass, H., *Siegel's Modular Forms and Dirichlet Series*, Springer-Verlag, Lect. Notes in Math. N°216 (1971).
- Manin, Yu.I., *Periods of cusp forms and p-adic Hecke series*, Mat. Sbornik 92 (1973) 378–401(in Russian) ; Math. USSR, Sb. 21(1973), 371-393 (1975) (English translation).
- Manin, Yu.I., *The values of p–adic Hecke series at integer points of the critical strip*. Mat. Sbornik 93 (1974) 621 - 626 (in Russian)
- Manin, Yu.I., *Non–Archimedean integration and p-adic L-functions of Jacquet – Langlands*, Uspekhi Mat. Nauk 31 (1976) 5–54 (in Russian) ; Russ. Math. Surv. 31, No.1, 5-57 (1976) (English translation).

- Manin, Yu.I. and Panchishkin, A.A. , *Convolutions of Hecke series and their values at integral points*, Mat. Sbornik, 104 (1977) 617–651 (in Russian) ; Math. USSR, Sb. 33, 539-571 (1977) (English translation).
- Manin, Yu.I. and Panchishkin, A.A. , *Introduction to Modern Number Theory*, Encyclopaedia of Mathematical Sciences, vol. 49 (2nd ed.), Springer-Verlag, 2005, 514 p.
- Mazur, B., Tate, J. and Teitelbaum, J., *On p-adic analogues of the conjectures of Birch and Swinnerton-Dyer*, Invent. Math. 84, 1-48 (1986).
- Miyake, Toshitsune, *Modular forms*. Transl. from the Japanese by Yoshitaka Maeda. Berlin etc. : Springer-Verlag. viii, 335 p. (1989).
- Orloff T., *Special values and mixed weight triple products (with an Appendix by D.Blasius)*, Invent. Math. 90 (1987) 169–180

- Nagaoka, S., *A remark on Serre's example of p-adic Eisenstein series*, Math. Z. 235 (2000) 227-250.
- Nagaoka, S., *Note on* mod p *Siegel modular forms*, Math. Z. 235 (2000) 405-420.
- Panchishkin, A.A., *Admissible Non-Archimedean standard zeta functions of Siegel modular forms*, Proceedings of the Joint AMS Summer Conference on Motives, Seattle, July 20–August 2 1991, Seattle, Providence, R.I., 1994, vol.2, 251 – 292
- Panchishkin, A. A. *Non-Archimedean Mellin transform and p-adic L-Functions*, Vietnam Journal of Mathematics, 1997, N3, 179–202.
- Panchishkin, A.A., *On the Siegel–Eisenstein measure. Israel Journal of Mathematics*, Vol. 120, Part B(2000), 467–509

- Panchishkin, A.A., *On p-adic integration in spaces of modular forms and its applications*, J. Math. Sci., New York 115, No.3, 2357-2377 (2003).
- Panchishkin, A.A., *A new method of constructing p-adic L-functions associated with modular forms*, Moscow Mathematical Journal, 2 (2002), Number 2, 1-16
- Panchishkin, A.A., *Two variable p-adic L functions attached to eigenfamilies of positive slope*, Invent. Math. v. 154, N3 (2003), pp. 551 - 615
- Panchishkin, A.A., *The Maass–Shimura differential operators and congruences between arithmetical Siegel modular forms* , (accepté dans Moscow Mathematical Journal en octobre 2005 (39 p.).

Panchishkin, A.A., *Admissible measures for standard L-functions and nearly holomorphic Siegel modular forms* , Preprint MPI 2002 - 42, 1-65

Panchishkin A.A., *Sur une condition suffisante pour l'existence des mesures p-adiques admissibles*, Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux, v. 15 (2003), pp. 1-24

Piatetski–Shapiro, I.I., and Rallis, S., *Rankin triple L–functions*, Compositio Math. 64 (1987) 333–399

Puydt, J., *Valeurs spéciales de fonctions L de formes modulaires adéliques*, Thèse de Doctorat, Institut Fourier (Grenoble), 19 décembre 2003

Rankin, R.A., *Contribution to the theory of Ramanujan's function* $\tau(n)$ *and similar arithmetical functions. I.II*, Proc. Camb. Phil. Soc 35 (1939) 351–372

Rankin, R.A., *The scalar product of modular forms*, Proc. London math. Soc. 2 (3) (1952) 198-217

Rankin, R.A., *The adjoint Hecke operator.* Automorphic functions and their applications, Int. Conf., Khabarovsk/USSR 1988, 163-166 (1990)

Satoh,T., Some remarks on triple L-functions. Math.Ann.276, 687-698(1987)

Schmidt, C.–G., *The p-adic L-functions attached to Rankin convolutions of modular forms*, J. reine angew. Math. 368 (1986) 201–220

Scholl, A., *Motives for modular forms*, Inv. Math. 100 (1990), 419–430

Scholl, A.J., *An introduction to Kato's Euler systems*, Scholl, A. J. (ed.) et al., Galois representations in arithmetic algebraic geometry. Proceedings of the symposium, Durham, UK, July 9-18, 1996. Cambridge : Cambridge University Press. Lond. Math. Soc. Lect. Note Ser. 254, 379-460 (1998).

Serre, J.–P., *Formes modulaires et fonctions zêta p-adiques*, Lect Notes in Math. 350 (1973) 191–268 (Springer Verlag)

Serre, J.-P., *Endomorphisms completement continus des espaces de Banach p-adiques*, Publ. Math. Inst. Hautes Etud. Sci., 12, 69-85 (1962).

Shimura G., *Introduction to the Arithmetic Theory of Automorphic Functions*, Princeton Univ. Press, 1971

Shimura G., *On the holomorphy of certain Dirichlet series*, Proc. Lond. Math. Soc. 31 (1975) 79–98

Shimura G., *The special values of the zeta functions associated with cusp forms.* Comm. Pure Appl. Math. 29 (1976), no. 6, 783–804.

Shimura G., *On the periods of modular forms*, Math. Annalen 229 (1977) 211–221

Shimura, G., *Confluent Hypergeometric Functions on Tube Domains*, Math. Ann. 260 (1982), p. 269-302.

Shimura, G., *On Eisentsein Series*, Duke Math. J ; 50 (1983), p. 417-476.

Shimura, G., *Arithmeticity in the theory of automorphic forms*, Mathematical Surveys and Monographs. 82. Providence, RI : American Mathematical Society (AMS) . x, 302 p. (2000)

G. Stevens, *Overconvergent modular symbols and a conjecture of Mazur, Tate and Teitelbaum.* Unpublished notes

J. Sturm, *Special Values of Zeta Functions and Eisenstein Series of half integral weight*, Amer. J. Math. **102**, 219-240 (1980).

Tilouine, J. and Urban, E. , *Several variable p-adic families of Siegel-Hilbert cusp eigenforms and their Galois representations*, Ann. scient. Éc. Norm. Sup. 4e série, 32 (1999) 499–574.

Visik, M.M., *Non-Archimedean measures connected with Dirichlet series*, Math. USSR Sb. 28 (1976), 216-228 (1978).

Vishik, M.M. and Manin, Yu.I., *p-adic Hecke series of imaginary quadratic fields*, Math. USSR, Sbornik 24 (1974), 345-371 (1976).

Weil, A., *On a certain type of characters of the idèle-class group of an algebraic number-field*, Proceedings of the international symposium on algebraic number theory, Tokyo & Nikko, 1955, pp. 1–7, Science Council of Japan, Tokyo, 1956.

Wiles A., *Modular elliptic curves and Fermat's Last Theorem*, Ann. Math., II. Ser. 141, No.3 (1995) 443–55.

D.B. Zagier, *Modular Forms whose Fourier Coefficients involve Zeta-Functions of Quadratic Fields*, In : Modular Functions. V, Springer-Verlag, Lect. Notes in Math. N° 627 (1977), p 106-168.