



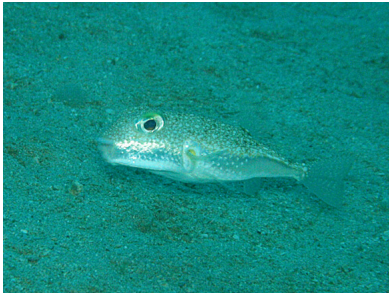
Encerclés !

Damien Gayet
Professeur à l'Institut Fourier

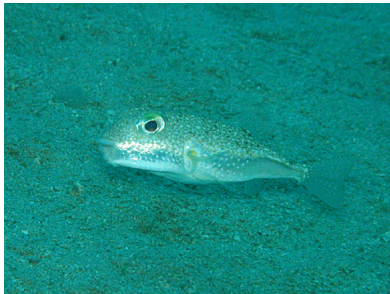
Université de Grenoble

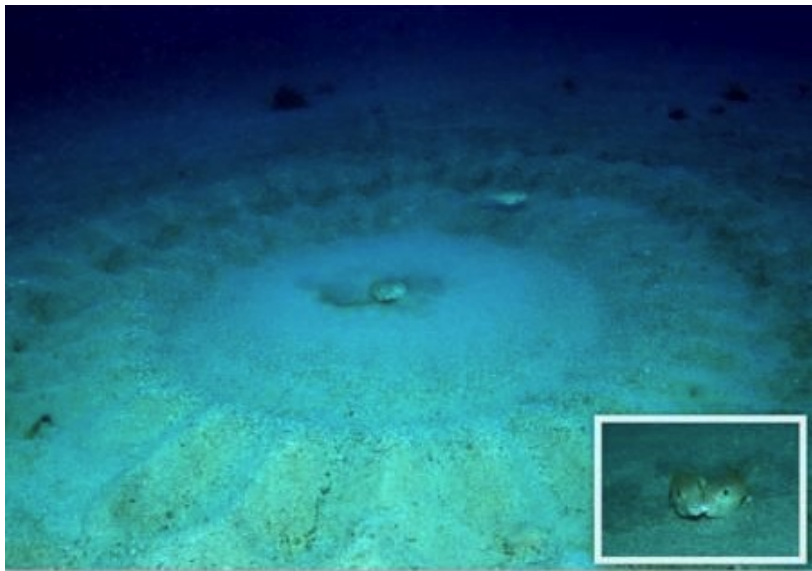
16 mars 2015

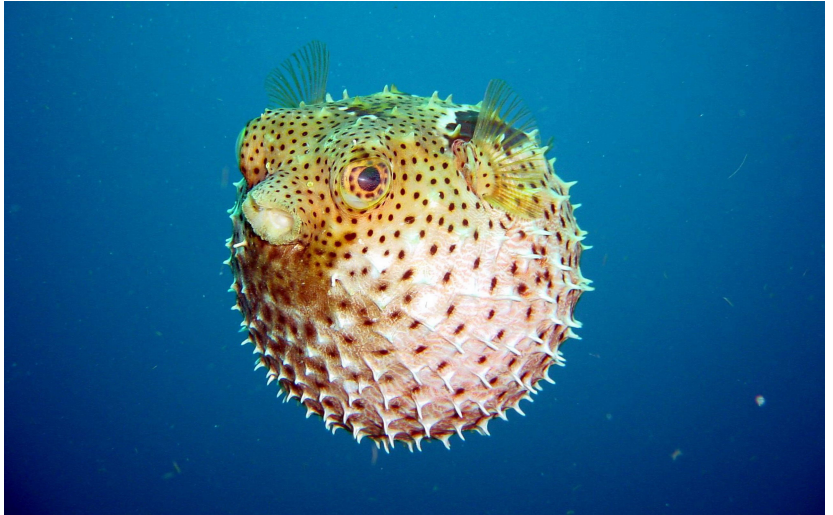
L'artiste



L'artiste







Partie I
Encerclés par les cercles



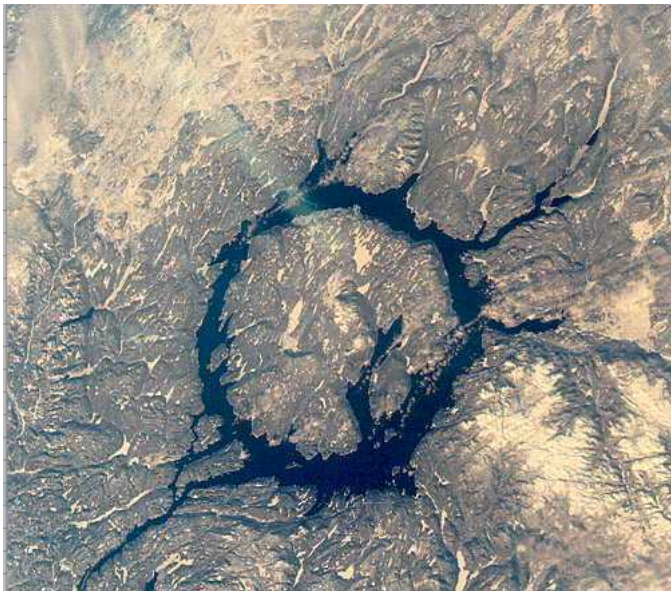
Les ronds de sorcière



Les mousses magiques



L'astrolème du Manicouagan



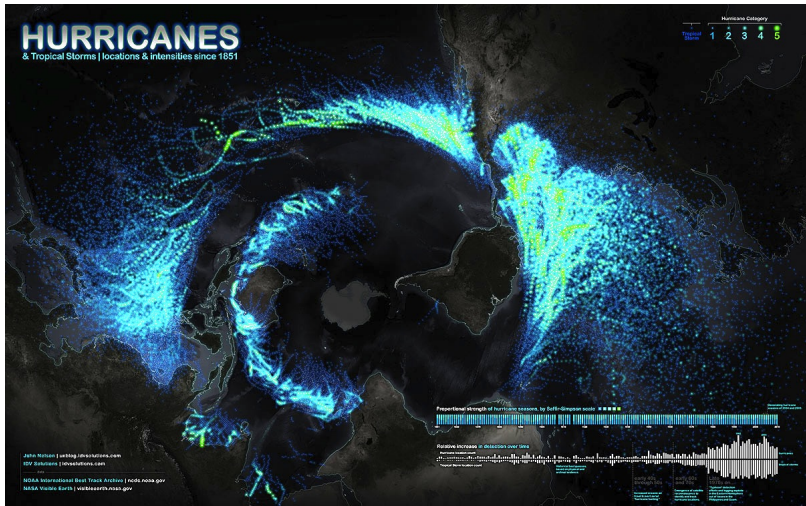




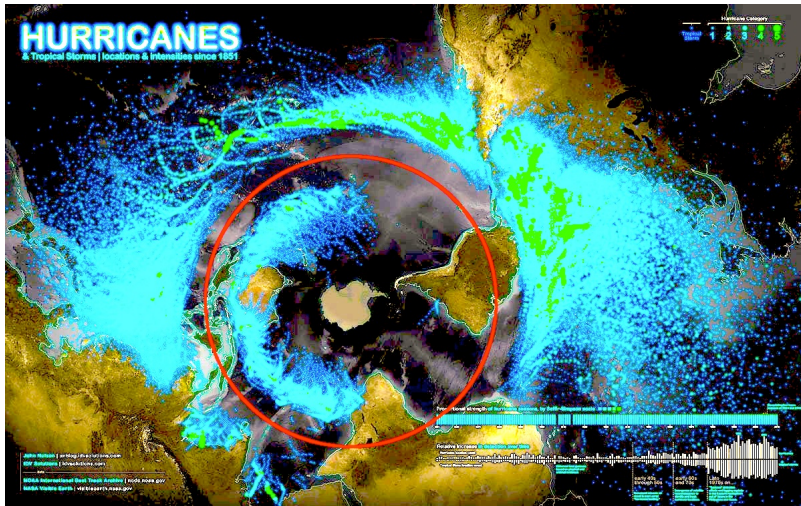
Evarcha arcuata



Les ouragans depuis 1851

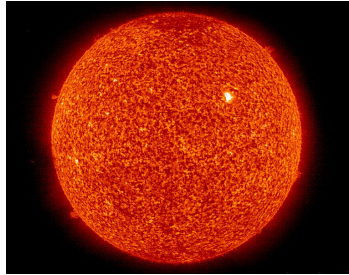


Les ouragans depuis 1851



Vidéo *Dauphins*

Une excellente raison d'aimer le cercle



La cerise sur le gâteau céleste







Stonehenge (-2800 , -1100)



Les pétroglyphes de Val Camonica (Néolithique)



Un mandala japonais (IXe)

La Pierre du Soleil (XVe)







Slovénie, 3200 avant notre ère

Quizz 1

Que font les étoiles pendant la nuit ?

Quizz 1

Que font les étoiles pendant la nuit ?

1. Elles bougent dans le ciel ?

Quizz 1

Que font les étoiles pendant la nuit ?

1. Elles bougent dans le ciel ?
2. Elles restent fixes ?

Vidéo *Star Spin*

Une raison d'adorer les cercles



Le cercle parfait

*Apprends donc toutes choses,
Et aussi bien le coeur exempt de tremblement
Propre à la vérité bellement circulaire,
Que les opinions des mortels, dans lesquelles
Il n'est rien qui soit vrai ni digne de crédit*

Parménide (-520 -450 ?) *De la nature*

Le cercle parfait

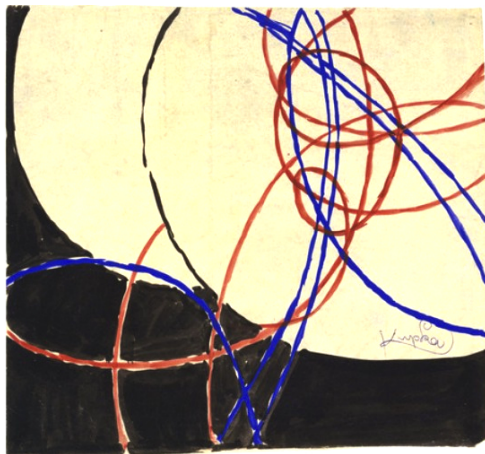
*Apprends donc toutes choses,
Et aussi bien le coeur exempt de tremblement
Propre à la vérité bellement circulaire,
Que les opinions des mortels, dans lesquelles
Il n'est rien qui soit vrai ni digne de crédit*

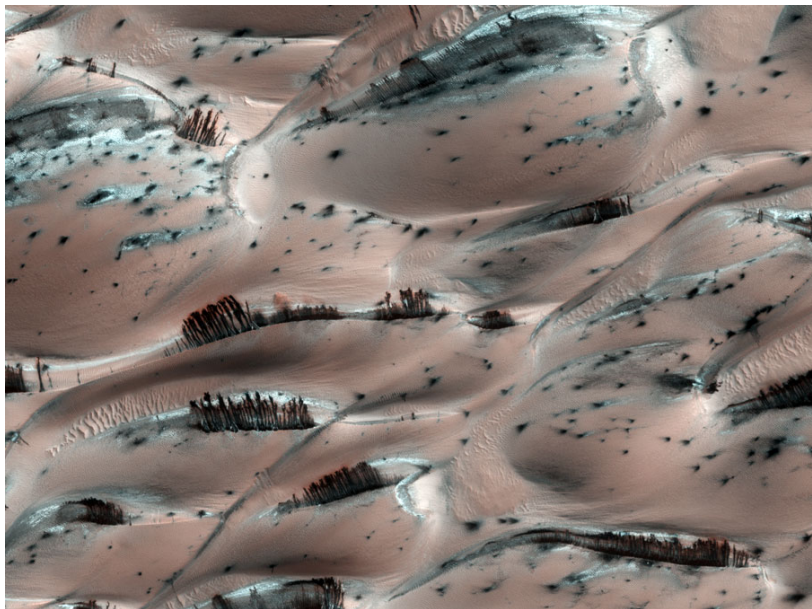
Parménide (-520 -450 ?) *De la nature*

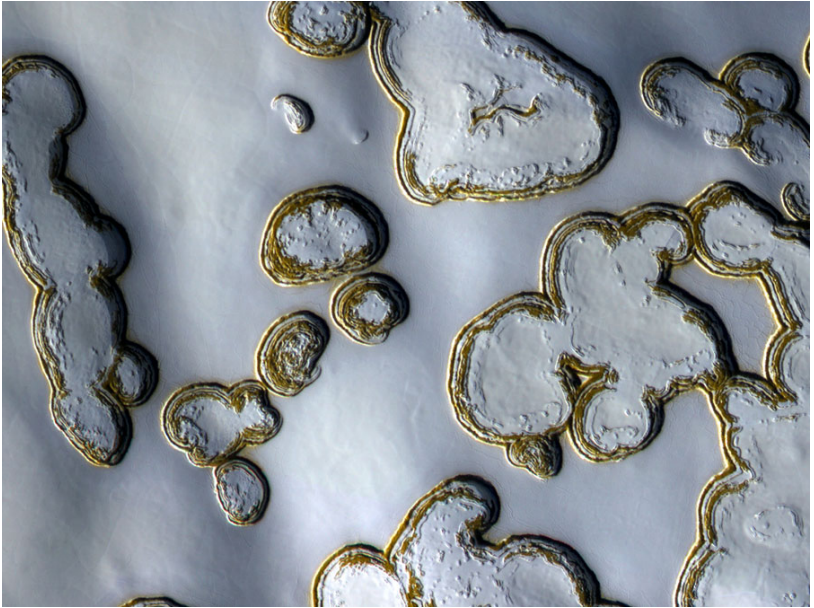
Ce qui est parfait est antérieur par nature à ce qui est imparfait, or le cercle fait partie des choses parfaites, ce que n'est aucune ligne droite.

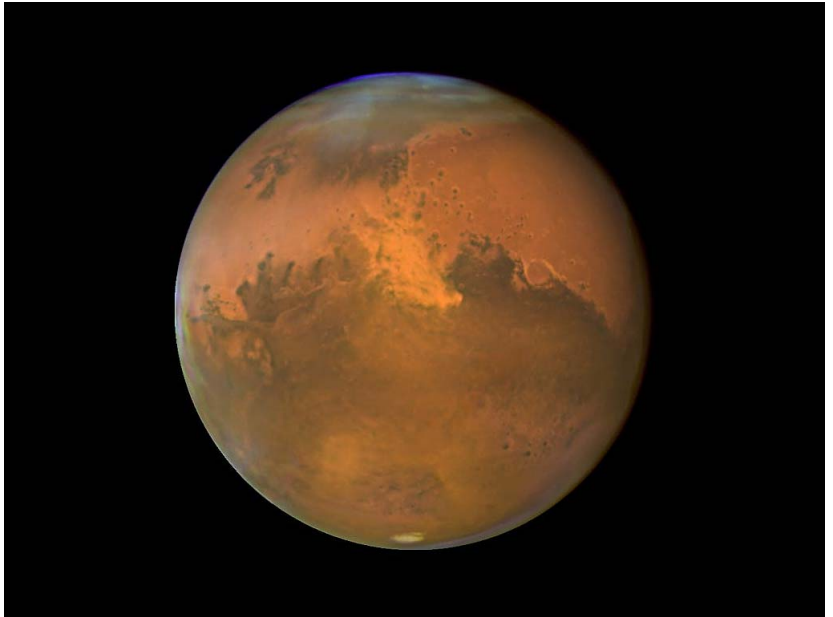
Aristote (-384 -322)
Traité du Ciel

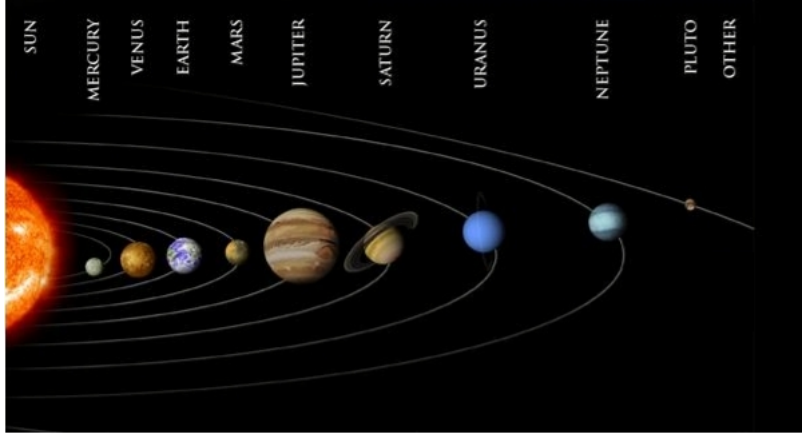
Partie II
Les cercles cachés de
Mars, de la mine et du MP3

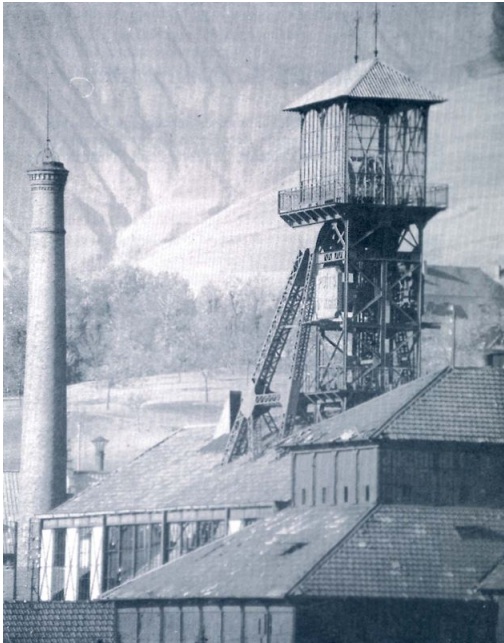














iPod

Music

Photos

Extras

Settings

Shuffle Songs

MENU



1. La trajectoire de Mars

1. La trajectoire de Mars
2. La température dans les mines

1. La trajectoire de Mars
2. La température dans les mines
3. La compression des données sonores

Quizz 2

Après un tour complet de la Terre,

Quizz 2

Après un tour complet de la Terre,

1. tous les astres sont revenus à leur place.

Quizz 2

Après un tour complet de la Terre,

1. tous les astres sont revenus à leur place.
2. quelques-uns ont bougé !

Vidéo *Mars*

Les astres errants

Empédocle dit que les étoiles fixes sont attachées au cristal, mais que les planètes sont libres.

Aétius, Opinions

L'énigme des astres errants



L'explication héliocentrique

Vidéo *Mars*

L'analemme solaire

L'analemme solaire



Les stars nomades des astres errants



Les stars nomades des astres errants



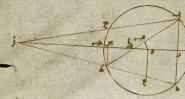
Hipparque (-190 -120) et Ptolémée (90-169)

Pensée circulaire

Nous croyons que l'objet que le mathématicien doit se proposer et atteindre est le suivant : montrer que tout ce qui apparaît au Ciel est produit par des mouvements circulaires et uniformes.

Ptolémée, l'Almageste

سنة خك ما قام
الرجح كما كما
كانت نسبة خك
عبر ك الى خك كما
ز الى ع ك نسبة اثنين
واربعين جزا الى سبع



مابعض هذا مبلغ ما تقدم من علمه من هذه الاشياء
وإذا تدبقت عليه ان هذا الزاوية والقطر المستقيم من اللذين يتقسمان
على قده والنسبة اذا اخرجنا به كل واحد من الاضلاع كانت نفعنا
جا كما جعلنا الموضع من اللذين جعل اليها الوفاوي فيها وقصا ضروري
ان يكون قوس جيم جا كما قوس قديم والغرض الاخر لما فيه قوس اخر
ما ان لم يوس قديم لانه مقوم بوجهه الى على هذا التقدير انه ان
وضع مثلثة العبا بنا جيم وضع بر جيم كوا من ضلع العبا جيم خك
جيم الى اليسار با جيم من خك العبا جيم كانت نسبة خك جيم الى الخك
د الى ايا اعظم من نسبة زاوية العبا جيم الى زاوية العبا جيم بل وتبين ان
على هذه الوجه فان اللذين يتكافؤا العبا جيم الى المنوا والاضلاع
وتخرج ك الى العبا جيم من على الاستقامة ولينتهي على نقطة زاي

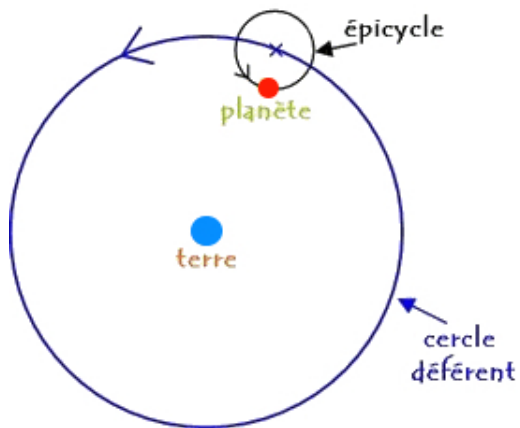
بما ذكره الا جزا فان زاوية وخمسة وستون جزا وخمسة فاقب واربعة
وشلاشون ثمانية ما فانها تقسمها على عدة الفان صاوية وخمسة
وستون جزا وخمسة فاقب واربعة وشلاشون ثمانية الملائمة الا لا ي
وخمس مائة وسبعة وخمسين جزا وخمسة واربعة فبقه فيما خرج
من القسمة واربعة اجزا وسبعة فاقب وخمسة واربعة ثمانية اقدرنا
ضلع وهو جزا وثمانية واحد واربعة ثمانية فبقه عنها بعد
خك كما لو وسوا على حباله وفي عدد خك زاي جيم وسوا فيه
وعشرون جزا وخمسة عشر وثمانية وسبع واربعة ثمانية فبقه
لنا خك كما ان اربعة اجزا وسبعة فبقه واحده واربعة ثمانية فبقه
ك كما ان اربعة اجزا وسبعة فبقه واحده واربعة ثمانية فبقه
العبا زاي فبقه اجزا وشلاشون فبقه واما خك العبا جيم فبقه جزا وقطع
خك جيم زاي فبقه سبعة اجزا وشلاشون فبقه وخمسة وخمسة ثمانية
ملائمة اذ وضعنا العبا زاي فبقه اذ لا فبقه خك العبا زاي فبقه جزا ومثلون
د فبقه فبقه خك زاي كما جرد فبقه واحده واربعة ثمانية ولا جزا
لانه فبقه العبا زاي مائة وعشرون فبقه خك كما ان اربعة وسبعين وشلاشون
جزا وسبعة وعشرون فبقه واثنتون فبقه تكون اربعة خك كما ان
سبعة وثلاثون جزا واحد وعشرون فبقه وخمسة ثمانية فبقه بلا جزا
لانه فبقه اربعة لانه اربعة حوا مثلث العبا زاي كما ان اربعة

الاضلاع من اللذين يتقسمان
على قده والنسبة اذا اخرجنا به كل واحد من الاضلاع كانت نفعنا

المنوا والاضلاع

La Composition Mathématique, alias L'Almageste

La solution des épicycles



Vidéo *Epicyle*

Vidéo *Epicycle Si* (Christián Carman and Ramiro Serra)



Traité de Qotb al-Din Chirazi (1236-1311)

Partie III
Les cercles du feu



Les anneaux de l'Etna





Joseph Fourier
1768 Auxerre - 1830 Paris

Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 - 1830)

- ▶ Fils d'un garçon-tailleur

Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 - 1830)

- ▶ Fils d'un garçon-tailleur
- ▶ Orphelin à 8 ans
- ▶ École militaire tenue par les Bénédictins.

Vive la Révolution !

Sa demande à l'effet de subir l'examen de l'artillerie, quoique vivement appuyée par notre illustre confrère Legendre, fut repoussée avec un cynisme d'expressions dont vous allez être juges vous - mêmes : « Fourier, répondit le ministre, « n'étant pas noble, ne pourrait entrer dans l'artillerie, quand « il serait un second Newton ! »

- ▶ Fils d'un garçon-tailleur

- ▶ Fils d'un garçon-tailleur
- ▶ Orphelin à 8 ans

- ▶ Fils d'un garçon-tailleur
- ▶ Orphelin à 8 ans
- ▶ École militaire tenue par les Bénédictins.

- ▶ Fils d'un garçon-tailleur
- ▶ Orphelin à 8 ans
- ▶ École militaire tenue par les Bénédictins.
- ▶ 1787 : Noviciat de bénédictin

- ▶ Fils d'un garçon-tailleur
- ▶ Orphelin à 8 ans
- ▶ École militaire tenue par les Bénédictins.
- ▶ 1787 : Noviciat de bénédictin
- ▶ 1787 : *Sur la résolution des équations numériques de degré quelconque*

- ▶ Fils d'un garçon-tailleur
- ▶ Orphelin à 8 ans
- ▶ École militaire tenue par les Bénédictins.
- ▶ 1787 : Noviciat de bénédictin
- ▶ 1787 : *Sur la résolution des équations numériques de degré quelconque*
- ▶ 1789 : Révolutionnaire enthousiaste, membre du Comité de surveillance d'Auxerre

- ▶ Fils d'un garçon-tailleur
- ▶ Orphelin à 8 ans
- ▶ École militaire tenue par les Bénédictins.
- ▶ 1787 : Noviciat de bénédictin
- ▶ 1787 : *Sur la résolution des équations numériques de degré quelconque*
- ▶ 1789 : Révolutionnaire enthousiaste, membre du Comité de surveillance d'Auxerre
- ▶ 1794 : Élève de l'École Normale supérieure

- ▶ Fils d'un garçon-tailleur
- ▶ Orphelin à 8 ans
- ▶ École militaire tenue par les Bénédictins.
- ▶ 1787 : Noviciat de bénédictin
- ▶ 1787 : *Sur la résolution des équations numériques de degré quelconque*
- ▶ 1789 : Révolutionnaire enthousiaste, membre du Comité de surveillance d'Auxerre
- ▶ 1794 : Élève de l'École Normale supérieure
- ▶ 1797 : Professeur à Polytechnique à 29 ans

- ▶ Fils d'un garçon-tailleur
- ▶ Orphelin à 8 ans
- ▶ École militaire tenue par les Bénédictins.
- ▶ 1787 : Noviciat de bénédictin
- ▶ 1787 : *Sur la résolution des équations numériques de degré quelconque*
- ▶ 1789 : Révolutionnaire enthousiaste, membre du Comité de surveillance d'Auxerre
- ▶ 1794 : Élève de l'École Normale supérieure
- ▶ 1797 : Professeur à Polytechnique à 29 ans
- ▶ 1798 : participe à la campagne d'Égypte



- ▶ 1802 : Napoléon le nomme préfet de l'Isère

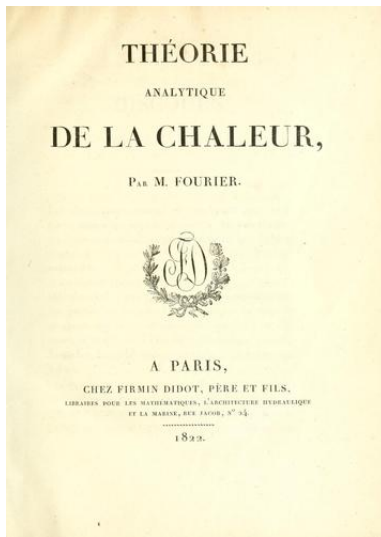
- ▶ 1802 : Napoléon le nomme préfet de l'Isère
- ▶ 1814 : Bonapartiste dans la Restauration
- ▶ 1815 : Directeur du Bureau de la Statistique de la Seine

- ▶ 1802 : Napoléon le nomme préfet de l'Isère
- ▶ 1814 : Bonapartiste dans la Restauration
- ▶ 1815 : Directeur du Bureau de la Statistique de la Seine
- ▶ 1817 : Membre de l'Académie des sciences
- ▶ 1822 : Secrétaire perpétuel
- ▶ 1822 : Publication de la *Théorie analytique de la chaleur*

Un Égyptien au Père-Lachaise



Un livre flamboyant



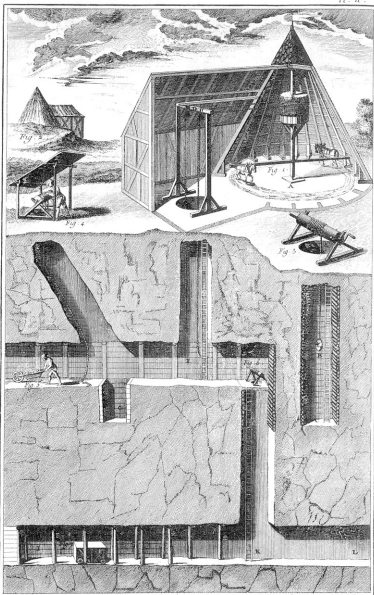


Figure III.

Minéralogie, coupe d'une Mine.

Planché I.

L'indifférence des mines

L'intermittence des jours et des nuits, les alternatives des saisons occasionnent, dans la terre solide, des variations périodiques qui se renouvellent chaque jour ou chaque année; mais ces changements sont d'autant moins sensibles que le point où on les mesure est plus distant de la surface. On ne peut remarquer aucune variation diurne à la profondeur d'environ 3^m; et les variations annuelles cessent d'être appréciables à une profondeur beaucoup moindre que 60^m.

F.

Une question anodine...

Pourquoi les températures terrestres cessent-elles d'être variables à une profondeur si petite par rapport au rayon du globe?

... deux incroyables défis scientifiques !

Si des lois constantes règlent la distribution de la chaleur dans la matière solide, quelle est l'expression mathématique de ces lois? et par quelle analyse peut-on déduire de cette expression la solution complète des questions principales?

Le double pari de Fourier

1. Trouver une **équation** décrivant la température

Le double pari de Fourier

1. Trouver une **équation** décrivant la température
2. Inventer une **méthode** pour résoudre cette équation

L'équation de la chaleur

On obtient ainsi l'équation générale

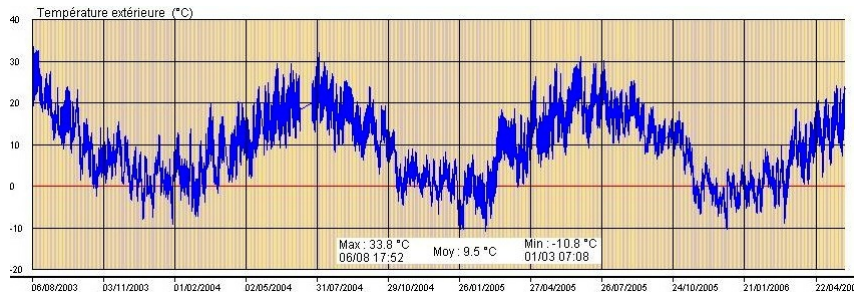
$$(A) \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{k}{cD} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

qui est celle de la propagation de la chaleur dans l'intérieur de tous les corps solides (1).

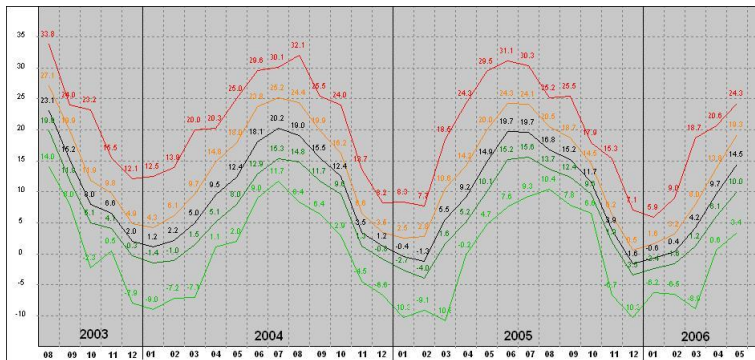
La stratégie pour résoudre de l'équation

Afin de considérer la question dans ses éléments, on cherchera en premier lieu les plus simples fonctions de x et y , qui puissent satisfaire à l'équation (a); ensuite on donnera à cette valeur de c une expression plus générale, afin de remplir toutes les conditions énoncées.

Un exemple

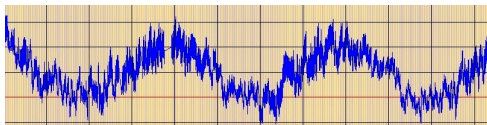


Température journalière moyenne à Theys



Température mensuelle moyenne à Theys (en noir)

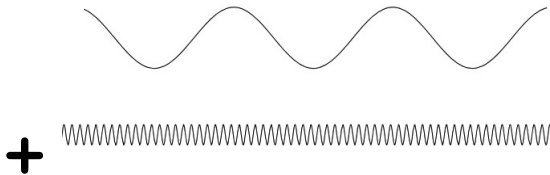
En première approximation



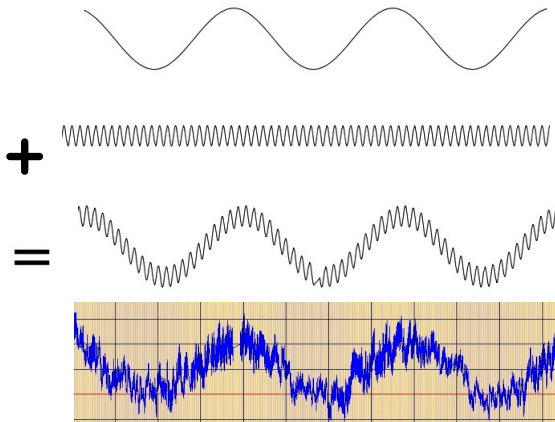
Le sinus et le cercle

Vidéo *Sinus et Cercle*

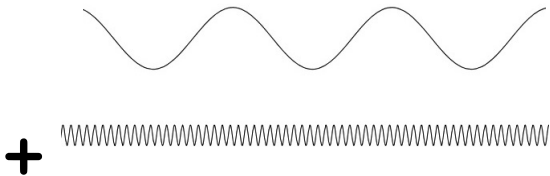
En seconde approximation



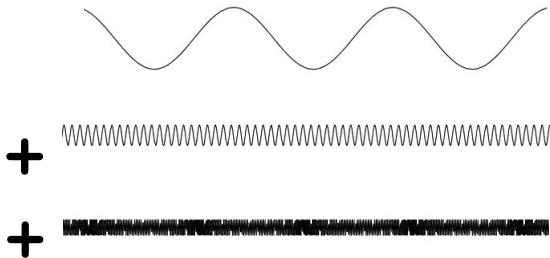
En seconde approximation



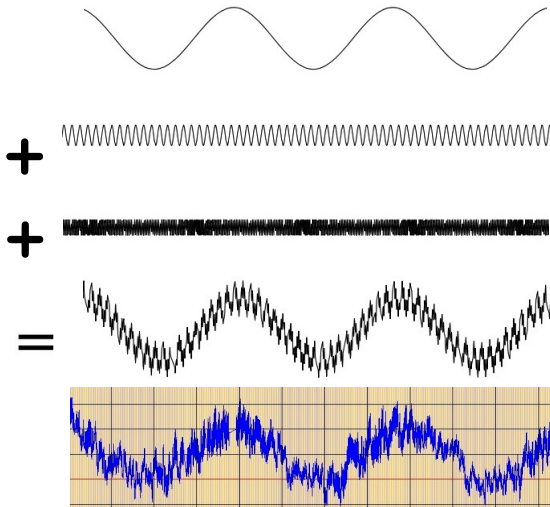
En troisième approximation



En troisième approximation



En troisième approximation



Le retour des épicycles

SECTION VI.

DÉVELOPPEMENT D'UNE FONCTION ARBITRAIRE EN SÉRIES TRIGONOMÉTRIQUES.

on n'a traité qu'un seul cas d'un problème plus général, qui consiste à développer une fonction quelconque en une suite infinie de sinus ou de cosinus d'arcs multiples.

Vidéo *Fourier*
Vidéo *Fourier2*

Résumé

Ptolémée

Fourier

Résumé

Ptolémée

Trajectoires de planètes

Fourier

Évolution de la température

Résumé

Ptolémée

Trajectoires de planètes

Cercle

Fourier

Évolution de la température

Sinus

Le diplomate



Le diplomate



« Parce que je suis très gentil. »

Partie IV
Des épicycles dans vos MP3





MPEG-2 Audio Layer III

Un doctorant sachant compresser



Karlheinz Brandenburg (né en 1954)

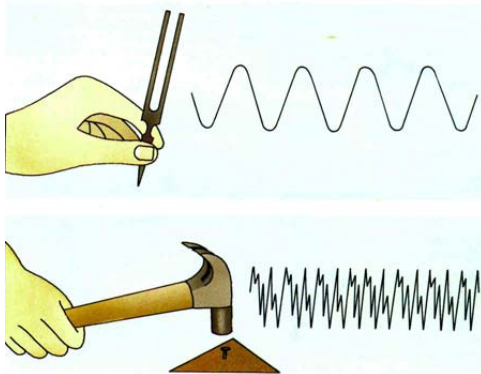
La muse du MP3

Vidéo *clip*

Le son est une onde

Vidéo *Vibration*

Le son est une onde



Exemple *Cindrella*

Principe 1 : deux nombres au lieu d'une infinité

- ▶ Une onde compliquée = une infinité de nombres

Principe 1 : deux nombres au lieu d'une infinité

- ▶ Une onde compliquée = une infinité de nombres
- ▶ Un sinus = deux nombres : sa fréquence et son amplitude !

Principe 2 : Fourier

- ▶ une onde compliquée = une somme de sinus

Principe 3 : éliminer les sinus inutiles

- ▶ les sinus de très petite amplitude
- ▶ les sinus de fréquence inaudible !

Résumé bis

Ptolémée

Fourier

MP3

Résumé bis

Ptolémée

Trajectoires
de planètes

Fourier

Évolution
de la température

MP3

Ondes
sonores

Résumé bis

Ptolémée

Trajectoires
de planètes

Cercle

Fourier

Évolution
de la température

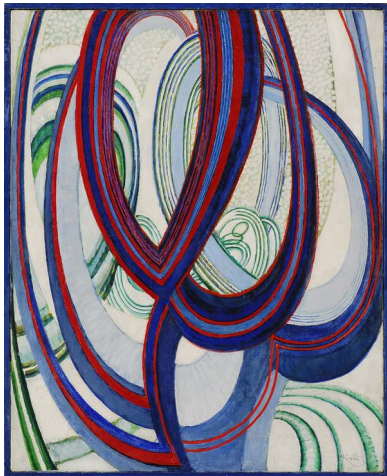
Sinus

MP3

Ondes
sonores

Sinus

Conclusion



Quatre morales

1. La beauté et la simplicité sont des moteurs fondamentaux des mathématiques et de la physique

Quatre morales

1. La beauté et la simplicité sont des moteurs fondamentaux des mathématiques et de la physique
2. La simplicité peut former du très complexe

Quatre morales

1. La beauté et la simplicité sont des moteurs fondamentaux des mathématiques et de la physique
2. La simplicité peut former du très complexe
3. *La mathématique est l'art de donner le même nom à des choses différentes.* Henri Poincaré

Quatre morales

1. La beauté et la simplicité sont des moteurs fondamentaux des mathématiques et de la physique
2. La simplicité peut former du très complexe
3. *La mathématique est l'art de donner le même nom à des choses différentes.* Henri Poincaré (Une même idée mathématique peut s'exprimer dans des domaines différents)

Quatre morales

1. La beauté et la simplicité sont des moteurs fondamentaux des mathématiques et de la physique
2. La simplicité peut former du très complexe
3. *La mathématique est l'art de donner le même nom à des choses différentes.* Henri Poincaré (Une même idée mathématique peut s'exprimer dans des domaines différents)
4. On ne peut jamais deviner les applications d'une recherche fondamentale

