
Notes de cours sur la Mécanique quantique

Université Joseph Fourier, Grenoble ;
Master Physique M1, année 2011-12
(version : 21 septembre 2011)

Frédéric Faure

<http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~faure>

Frederic Faure, Institut Fourier, Grenoble.
email : frederic.faure@ujf-grenoble.fr

Table des matières

0.0.1	Introduction	12
0.0.1.1	But et objets de la mécanique quantique :	12
0.0.1.2	Différences et relations entre mécanique classique et mécanique quantique	13
0.0.1.3	Place de la théorie quantique en physique :	13
0.0.1.4	Autres remarques	14
0.0.1.5	Prérequis supposés	14
0.0.1.6	Références conseillées :	14
I	Les fondements	15
1	Une particule quantique sans spin, à 1 dimension (I)	17
1.1	Espace des états : les fonctions d'ondes	17
1.1.1	Espace vectoriel des fonctions d'ondes	17
1.1.2	Exemples importants	18
1.1.2.1	Les ondes planes	19
1.1.2.2	Paquet d'onde Gaussien	19
1.1.3	Le produit scalaire	21
1.1.4	Vecteur dual, espace dual	23
1.2	Opérateurs différentiels $\hat{x}, \hat{p}, \hat{H}$	24
1.2.1	Définitions	24
1.2.2	Opérateurs linéaires	25
1.2.3	Opérateurs adjoints et autoadjoints	26
1.3	Évolution d'un état quantique	28
1.3.1	L'équation d'évolution	28
1.3.2	Exemples d'évolutions d'ondes (images et films)	29
1.3.2.1	Présentation générale	29
1.3.2.2	Définition de la représentation de Husimi dans l'espace de phase	30
1.3.2.3	L'oscillateur harmonique	30
1.3.2.4	L'oscillateur Anharmonique	33
1.3.2.5	Le double puits de potentiel	36
1.4	Bases, et changement de bases	39

1.4.1	Base orthonormée	39
1.4.1.1	Exemple d'une particule sur un cercle	40
1.4.2	Relation de fermeture	41
1.4.3	Expression d'un opérateur dans une base	42
1.4.4	Changement de base (*)	42
1.5	Spectre d'opérateurs	43
1.5.1	Définition et propriétés générales	43
1.5.2	Spectre de l'opérateur \hat{x} , "base de position"	45
1.5.2.1	Relation de fermeture en position	48
1.5.3	Spectre de l'opérateur \hat{p} , "base d'impulsion"	49
1.5.3.1	Transformée de Fourier, et relation de fermeture en impulsion	49
1.5.3.2	Applications de la relation de fermeture	50
1.5.4	Spectre de l'opérateur \hat{H} , base des états stationnaires	50
1.5.4.1	Interprétation physique : onde stationnaire	51
1.5.4.2	Exemple d'une particule libre sur l'axe x	52
1.5.4.3	Exemple d'une particule libre sur un cercle	52
1.5.4.4	Remarques	53
1.5.5	Représentation d'Heisenberg (*)	54
1.6	Spectre d'opérateur et résultat d'une mesure	54
1.6.1	Opération idéale de mesure d'un système quantique	54
1.6.1.1	Limite de validité de l'équation de Schrödinger	54
1.6.1.2	Exemple d'expérience : mesure de la position d'une particule passant par les double fentes de Young.	55
1.6.1.3	Postulat de la mesure	56
1.6.2	Sur la difficulté d'interpréter la mécanique quantique	61
1.6.2.1	Faut il interpréter ? La description orthodoxe suffit t-elle ?	61
1.6.2.2	Où est la Limite classique-quantique ?	61
1.6.2.3	Une interprétation alternative : appliquons le principe de superposition aux objets macroscopiques	62
1.6.3	Valeurs moyenne et variance de l'observable	63
1.6.4	Relation d'incertitude et relations de commutation	67
1.7	Résumé du chapitre 1	69
1.7.1	Fonction d'onde	69
1.7.2	Evolution d'un état quantique $\psi_t(x)$	71
1.7.2.1	Rappel d'algèbre linéaire. Spectre d'opérateurs.	72
1.7.3	Mesure d'un état quantique	73
1.8	Conseils de Lecture	75
2	Une particule quantique sans spin à 1 dimension (II)	77
2.1	Interprétation des opérateurs $\hat{x}, \hat{p}, \hat{H}$ comme générateurs	77
2.1.1	\hat{H} génère les translations dans le temps	77
2.1.1.1	L'opérateur d'évolution : le propagateur	77
2.1.1.2	Le groupe d'évolution des états quantiques dans le temps	80

	2.1.1.3	Relation d'incertitude temps-énergie	81
	2.1.2	Groupe des translations des états quantiques en espace	82
	2.1.3	Groupe des translations en impulsion (*)	83
	2.1.4	Générateurs en mécanique classique (*)	85
	2.1.5	Représentation de Heisenberg (*)	86
2.2		Le potentiel harmonique ; Spectre de \hat{H} et évolution	88
	2.2.1	Importance du potentiel Harmonique en physique	88
	2.2.2	Résolution algébrique du spectre	91
	2.2.2.1	Changement de variable	91
	2.2.2.2	Remarques sur l'algèbre de Lie de l'oscillateur harmonique (*)	92
	2.2.2.3	Opérateurs de création et d'annihilation	93
	2.2.2.4	Spectre l'Oscillateur Harmonique	94
	2.2.2.5	(*) Fonctions d'ondes $\psi_n(x)$	99
	2.2.3	Application : Modèle d'Einstein (1907) sur la capacité calorifique des matériaux	99
	2.2.4	Application : les modes quantiques du champ électromagnétique dans le vide.	101
	2.2.4.1	Les équations de Maxwell dans le vide interprétées comme une assemblée d'oscillateurs harmoniques	101
	2.2.4.2	Quantification du champ électromagnétique	103
	2.2.4.3	Une onde classique est un paquet d'onde quantique	104
	2.2.4.4	Les photons	104
	2.2.4.5	Le vide quantique du champ électromagnétique	105
	2.2.5	Un effet surprenant du "vide quantique" de photons : la force de Casimir (1948)	106
	2.2.6	(*) Les états cohérents et leur évolution par l'oscillateur harmonique	108
	2.2.6.1	Expression algébrique d'un paquet d'onde gaussien	109
	2.2.6.2	Évolution d'un paquet d'onde gaussien	110
	2.2.6.3	Algèbre et groupe de Weyl-Heisenberg (*)	112
	2.2.6.4	Algèbre et groupe de l'oscillateur Harmonique (*)	115
2.3		Correspondances classique-quantique à l'aide du paquet d'onde Gaussien	118
	2.3.1	Comptage semi-classique du nombre d'états	118
	2.3.2	Applications	120
	2.3.2.1	Electrons dans un métal	120
	2.3.2.2	Spectre du corps noir : gaz de photons à l'équilibre thermique	121
	2.3.2.3	Equidistribution de l'énergie des ondes sismiques	122
	2.3.2.4	Densité de niveaux semi-classique du spectre de l'atome H	123
	2.3.3	(*) Règle de quantification semi-classique	123
	2.3.3.1	Non commutation des translations dans l'espace de phase	123
	2.3.3.2	Déplacement d'un état cohérent par la dynamique	124
	2.3.4	(*) Représentation quantique dans l'espace de phase	126
	2.3.4.1	Relation de Fermeture par les états cohérents	127

2.3.4.2	Représentation de Husimi d'un état quantique	128
2.3.4.3	Exemples simples et importants	129
2.4	Conseils de Lecture	130
3	Une particule à 3 dimensions sans spin	133
3.1	Une particule à 3 dimensions sans spin	133
3.1.1	Espace des états \mathcal{H}	133
3.1.2	L'espace \mathcal{H} comme produit tensoriel $\mathcal{H} = \mathcal{H}_x \otimes \mathcal{H}_y \otimes \mathcal{H}_z$	134
3.1.3	(*) L'oscillateur Harmonique à 2 dimensions	137
3.2	Particule chargée dans un champ électromagnétique	137
3.2.1	Dynamique classique et invariance de Jauge	138
3.2.1.1	Équations de mouvement classique	138
3.2.1.2	Invariance de Jauge classique	140
3.2.2	Équation de Schrödinger et invariance de Jauge Quantique	141
3.2.3	Effet Aharonov-Bohm	143
3.2.3.1	(*) Le lemme de Poincaré	144
3.2.4	Interprétation géométrique de l'invariance de Jauge quantique, et autres théories de Jauges (*)	145
3.2.4.1	Nécessité d'une description géométrique	145
3.2.4.2	Autre écriture de l'équation de Schrödinger avec la dérivée covariante	146
3.2.4.3	La fonction d'onde comme une section d'un espace fibré sur l'espace-temps	146
3.2.4.4	Le champ électromagnétique comme une connexion sur ce fibré vectoriel	147
3.2.4.5	Signification géométrique de la dérivée covariante \mathcal{D} et courbure de la connexion	148
3.2.4.6	On retrouve les expressions habituelles de l'électromagnétisme et l'invariance de Jauge	150
3.2.4.7	Généralisation : Théories de Jauge de Yang-Mills	154
3.2.5	Remarque importante sur la nécessité d'une théorie quantique du champ électromagnétique	156
3.3	(*) Niveaux de Landau et spectre fractal de Hofstadter	157
3.4	Conseils de Lecture	159
4	Particule de spin 1/2	161
4.1	L'espace des états de spin	161
4.2	Rotation de 2π et 4π d'un spin	163
4.3	Générateurs des rotations et matrices de rotation	165
4.4	(*) Représentation de l'état de spin sur la sphère de Bloch	168
4.5	Groupe $SU(2)$ de rotation du spin, et relations de commutation	171
4.5.1	Non commutativité du groupe et relations de commutation	171
4.5.2	Rotation autour d'un axe \vec{u} quelconque	174

4.5.3	(*) Algèbre de Lie des rotations	175
4.5.4	(*) Groupe de Lie des rotations	175
4.5.5	(*) Représentation des opérateurs de rotation dans une base : groupe des matrices $SU(2)$	176
4.6	(*) Espace quantique total d'une particule à 3 dimensions avec spin $1/2$. .	177
4.6.1	Remarques	177
4.6.2	Une base de \mathcal{H}_{tot} et champ spinoriels	177
4.7	Autres degrés de liberté internes	178
4.8	Mesure de spin, application récente : la Cryptographie quantique	179
4.8.1	Cryptographie classique symétrique à clef secrète	179
4.8.2	Le protocole B.B.84 pour partager une clef secrète	180
4.9	Interaction du spin avec le champ électromagnétique	182
4.9.1	Cas de l'électron	182
4.9.2	Autres particules de spin $1/2$	183
4.9.3	Évolution du spin seul, précession de Larmor	184
4.9.4	Résonance Magnétique Nucléaire (R.M.N.) et Imagerie Magnétique Résonante (I.R.M.)	186
4.10	Conseils de Lecture	189
5	Plusieurs particules	191
5.1	Plusieurs particules discernables	191
5.1.1	Pour deux particules	191
5.1.2	Opérateurs de \mathcal{H}_{total}	192
5.1.3	Pour N particules	192
5.2	Non localité de la mécanique quantique, le paradoxe E.P.R.	193
5.2.1	États enchevêtrés : états surprenants de l'espace total	193
5.2.2	Description quantique orthodoxe	193
5.2.3	Objection de Einstein-Podolsky-Rosen (E.P.R.) sur la non localité (1935)	196
5.2.4	Théories locales à variable cachées et inégalités de Bell (1964) . . .	197
5.2.5	Violation de l'inégalité par la mécanique quantique (1976)	198
5.2.5.1	Modèle quantique	198
5.2.5.2	Non localité de la mécanique quantique, confirmation ex- périmentale	200
5.2.6	Egalité de G.H.Z. (1989)	200
5.2.6.1	Description avec la théorie quantique	202
5.2.6.2	Etude (non quantique) avec une hypothèse de localité . . .	203
5.3	Plusieurs particules identiques	204
5.3.1	Deux particules identiques	204
5.3.1.1	Particules de spins demi-entier, les Fermions	204
5.3.1.2	Particules de spins entier, les Bosons	206
5.3.2	Plusieurs particules identiques	207
5.3.2.1	Cas des bosons	208

5.3.2.2	Cas des fermions	208
5.3.2.3	Fonction d'onde à plusieurs particules, Déterminant de Slater	210
5.4	Aperçu sur les particules élémentaires et forces élémentaires (*)	210
5.4.1	Liste des particules élémentaires	210
5.4.1.1	La matière	210
5.4.1.2	L'antimatière	211
5.4.1.3	Les bosons de Jauge	211
5.4.1.4	Particules élémentaires stables	212
5.4.2	Les particules composées	212
5.4.2.1	Les mésons :	212
5.4.2.2	Les baryons :	212
5.4.2.3	Noyau nucléaire	212
5.4.2.4	Composés plus élaborés : atomes, molécules, matériaux,	212
5.4.2.5	Particules composées stables	213

II Outils et méthodes 215

6	Symétries et règles de conservation	217
6.1	Propriétés et méthodes de base	217
6.1.1	Spectre commun de deux opérateurs qui commutent	217
6.1.2	Application : recherche du spectre de \hat{H}	218
6.1.3	Loi de conservation et groupe de symétrie dynamique	219
6.1.3.1	Loi de conservation :	220
6.1.3.2	Groupe de symétrie dynamique	221
6.1.4	Impulsion totale et conservation	222
6.2	Groupe de symétrie dynamique commutatif : électron dans un potentiel périodique cristallin, spectre en bandes.	224
6.2.1	Explication qualitative de la formation de bandes	225
6.2.2	Ondes de Bloch	226
6.2.2.1	Spectre en bandes	229
6.3	Groupe non commutatif : les rotations et le moment angulaire	232
6.3.1	Générateurs du groupe de rotation dans $\mathcal{H}_{espace} = L^2(\mathbb{R}^3)$	233
6.3.1.1	Écriture vectorielle indépendante des coordonnées	235
6.3.1.2	Relations de commutations	236
6.3.2	Moment angulaire total et conservation	237
6.3.2.1	Exemples de termes d'interaction invariants par une rotation globale	237
6.3.2.2	Moment angulaire total	238
6.3.3	Espace de représentation réductible et irréductible d'un groupe	238
6.3.4	Espace de représentation irréductible d'un groupe commutatif	239
6.3.5	Espaces de représentation irréductibles des groupes de rotation SU(2) et SO(3)	240

6.3.6	Application : calcul du spectre du rotateur rigide	246
6.3.6.1	L'espace de Hilbert des états quantiques	247
6.3.6.2	L'opérateur Hamiltonien	247
6.3.6.3	Spectre de \hat{H}	247
6.3.6.4	Les Harmoniques sphériques	249
6.3.6.5	Parité des harmoniques sphériques	250
6.4	Importance des représentations irréductibles en physique	250
6.4.1	Propriétés fondamentales : le Lemme de Schur et le théorème de Wigner	250
6.4.2	Exemple : Spectre de l'atome d'hydrogène	255
6.4.2.1	Rappels du spectre :	255
6.4.2.2	Symétrie supplémentaire de Pauli, et dégénérescence en l .	256
6.4.2.3	Exemple de la correction relativiste, brisant cette symétrie.	256
6.4.2.4	Atome à plusieurs électrons	257
6.4.2.5	Effet d'un champ magnétique extérieur	258
6.4.2.6	Structure fine et hyperfine de l'atome hydrogène	259
6.5	Composition des moments angulaires	260
6.5.1	Particule composée de deux particules de spin 1/2	260
6.5.1.1	La raie de 21 cm de l'hydrogène	264
6.5.1.2	Horloges atomiques et mesure du temps	264
6.5.2	Résultat général sur la composition de deux moments cinétiques . .	266
6.5.3	Application : symmétrie d'isospin, et sections efficaces de réactions hadroniques	268
6.5.3.1	introduction à la symmétrie d'isospin	268
6.5.3.2	Réaction nucléaires nucléon-pion	269
6.5.4	Règles de sélection et théorème de Wigner-Eckardt	270
6.5.4.1	Règle de sélection	270
6.5.4.2	Théorème de Wigner Eckardt	271
6.6	Symétries fondamentales en physique	272
6.6.0.3	Le groupe de Poincaré	272
6.6.0.4	Autres symétries fondamentales :	273
6.7	Topologie des groupes de rotation SO(3) et SU(2) (*)	273
7	Introduction à la théorie de la diffusion	275
7.1	Introduction	275
7.2	Amplitude de diffusion $f(k, \theta, \varphi)$	277
7.3	Approximation de Born	284
7.4	Opérateur de diffusion, la matrice \hat{S}	286
7.5	Théorie des ondes partielles pour les potentiels centraux	288
8	Méthodes d'approximation ; résolution approchée	293
8.1	Théorie des perturbations stationnaires	294
8.1.1	Cas de niveaux non dégénérés	294
8.1.2	Exemple : vibration anharmonique d'un atome	297

8.1.3	Cas de niveaux dégénérés	298
8.2	Théorie des perturbations dépendant du temps	301
8.2.1	Rappels sur l'approximation dipolaire électrique	301
8.2.1.1	Onde plane	301
8.2.1.2	Forces électriques et magnétiques	303
8.2.1.3	Approximation dipolaire électrique	303
8.2.2	Effet d'une onde cohérente ; transitions dans le spectre discret . . .	304
8.2.2.1	Question :	305
8.2.2.2	Réponse :	305
8.2.2.3	Interprétation des résonances :	309
8.2.2.4	Expression de $ W_{ba} ^2$	310
8.2.3	Effet d'une onde incohérente	311
8.2.3.1	Question :	311
8.2.3.2	Réponse	311
8.2.3.3	Loi de décroissance	312
8.2.4	Transition vers les continuum ; La photo-ionisation ; Effet photoélec- trique	312
8.2.4.1	Remarques	314
8.3	Méthodes variationnelles	316
8.3.1	Méthode variationnelle pour problèmes stationnaires	316
8.3.1.1	Propriété	316
8.3.1.2	Méthode variationnelle	316
8.3.1.3	Exemple : vibration anharmonique d'un atome (TD) . . .	317
A	Formules	319
A.1	Analyse et intégrales	319
A.1.1	Intégrales Gaussiennes	319
A.2	Algèbre	320
A.2.1	Diagonalisation d'une matrice 2×2	320
A.2.2	Relations de commutation	321
A.2.3	Algèbre des matrices de Pauli	322
A.2.4	Relations sur les matrices	322
A.2.5	Inverse d'une matrice 2×2	322
A.2.6	Relations de commutations	322
A.3	Calcul différentiel dans \mathbb{R}^3	322
A.3.1	Rappels sur le calcul différentiel vectoriel.	323
A.3.2	En coordonnées sphériques :	324
A.3.3	Relations	324
B	Solutions des exercices	325
B.1	Chapitre 1	325
B.2	Chapitre 2	326
B.3	Chapitre 3	335

TABLE DES MATIÈRES

11

B.4	Chapitre 4	338
B.5	Chapitre 7	340

Avertissement

Ces notes sont encore provisoires. Certains passages n'ont pas encore été relus correctement.

Les marques @@ signifie qu'il faut compléter ou revoir le passage.

Les barres grises dans la marge, ainsi que le signe (*), signifie que le passage peut être sauté en première lecture, et sera probablement sauté lors de l'exposé.

Merci de me communiquer toute remarque ou correction (d'orthographe, d'expression, ou sur le contenu physique ou mathématique). Les remarques d'ordre pédagogique seront particulièrement les bienvenues : commentaires sur la progression pédagogique, sur les passages plus ou moins faciles à assimiler, et plus ou moins appréciés.

Ces notes ont été rédigées en utilisant le logiciel libre et gratuit **LyX** (voir <http://www.lyx.org>) sous **Linux**. Pour les graphiques, nous avons utilisé **xfig** ou **inkscape**. Pour les calculs numériques, nous avons utilisé entre autres la librairie graphique C++ **root** (voir <http://root.cern.ch>). Pour certains calculs symboliques, nous avons utilisé **xcas** (logiciel libre et gratuit :

<http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~parisse/giac.html>).

0.0.1 Introduction

0.0.1.1 But et objets de la mécanique quantique :

Le rôle de la théorie quantique est de décrire le comportement et donner les lois d'évolution des constituants microscopiques de la matière. Plus précisément, les phénomènes quantiques (que sont essentiellement des "phénomènes d'interférences" présentés plus loin) se manifestent pour des objets de petite taille Δx et/ou de petites impulsions Δp telles que

$$\Delta x \Delta p \simeq h$$

avec la **constante de Planck** :¹

$$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

on utilise aussi la constante appelée "h barre" :

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

La théorie quantique est donc essentielle en physique des particules, nucléaire, physique atomique, moléculaire et physique du solide. Par ailleurs, comme les phénomènes macroscopiques résultent du comportement collectifs des objets microscopiques, la théorie quantique a des conséquences indirectes mais essentielles à l'échelle macroscopique.

Ordres de grandeurs (tiré du cours de l'X sur le Web) :

1. Remarque sur les dimensions : d'après les relations, $p = m \frac{dx}{dt}$ et $E = \frac{p^2}{2m}$, on a $p dx = \dots = 2E dt$ et on déduit que $[x] [p]$ et $[E] [t]$ ont les même dimensions.

Système	Masse (kg)	Vitesse (m/s)	Ouverture a (m)	$p.a/h$
Homme passant une porte	70	1	1	10^{34}
Globule rouge dans capillaire	10^{-16}	10^{-1}	10^{-4}	10^{11}
Electron à travers une fente	$9 \cdot 10^{-31}$	700	10^{-6}	1

0.0.1.2 Différences et relations entre mécanique classique et mécanique quantique

- Le changement radical entre la mécanique quantique et la mécanique classique est essentiellement que en mécanique classique une particule est un **objet ponctuel** décrit par un point (\vec{x}, \vec{p}) dans l'espace des phases (position - vitesse), alors que en mécanique quantique, une particule est un **objet étendu**, décrit par une fonction d'onde $\psi(\vec{x})$. Une conséquence est la possibilité d'interférences. Le rôle de la mécanique est de donner les lois qui gouvernent l'évolution de ces objets. Ce sont les **équations de Hamilton** (ou Newton) dans le cas classique et de **équation de Schrödinger** dans le cas quantique.
- La théorie quantique est valable pour des constituants élémentaires ou pour une assemblée de quelques constituants (atomes molécules) tant qu'il sont parfaitement "isolés" de leur environnement. Ici le mot "**isolé**" signifie précisément que le système étudié ne modifie pas son environnement au sens où il ne change pas l'état quantique de l'environnement de façon "significative". Voir discussion précise à la section 1.6.1 page 54. On ne peut pas parler de la fonction d'onde d'une balle ou même d'une poussière qui sont des objets non isolés. En principe une théorie complète devrait pouvoir décrire toutes les échelles de la nature. A l'heure actuelle on ne sait pas rendre compatible de façon totalement satisfaisante, la théorie quantique avec l'aspect "classique" de la nature à l'échelle macroscopique. Cela est discuté depuis longtemps, voir le paradoxe du chat de Schrödinger. Voir par exemple [Cla88],[Har02],[DEC+96] pour les développements récents à ce sujet.
- Si le système étudié n'est pas isolé et influence un système extérieur, il est nécessaire d'inclure ce système extérieur dans la description quantique. Cette affirmation sera justifiée page 156. Sinon, on peut se contenter d'une description classique du système extérieur.

0.0.1.3 Place de la théorie quantique en physique :

On oppose :

théorie Classique et théorie Quantique.

Théorie non relativiste, relativiste et relativité générale (où l'énergie et la matière influencent la courbure de l'espace temps) ;

Cela donne le tableau suivant :

(A droite et en dessous, se trouve chaque fois une théorie supposée plus générale que la précédente.)

Mécanique :	Classique	Quantique
Non relativiste	Mécanique de Newton (1687)	Mécanique quantique(1925)
Relativiste	Relativité restreinte (1905) Equations de Maxwell (1865)	Théorie Quantique des champs (≥ 1930)
Relativité Générale	Relativité générale (1916)	... ?théorie des cordes ?...

0.0.1.4 Autres remarques

- Esprit du cours : introduction à la mécanique quantique ; présentation à travers des exemples physiques autant que possible. Les notions mathématiques ne sont introduites que lorsque elles sont jugées nécessaires.

0.0.1.5 Prérequis supposés

- En mathématiques : notion d'espace vectoriel, de Transformée de Fourier.
- En physique : mécanique analytique, Hamiltonienne. Voir notes de cours de Licence.
- En mécanique quantique : problèmes 1D stationnaire,..., le cours et TD de Licence.

0.0.1.6 Références conseillées :

on insiste sur l'importance de travailler le cours avec des Livres.

Livres en français : Cohen [CBF], Feynmann[Fey63], Messiah [Mes64], Basvedant [Bas86].

Livres en anglais :

- Bransden[BC89], et plus difficiles : Sakurai[J.J85], Ballentine[L.E90].

Aspects mathématiques :

- Gustavson [SI00], et plus avancés : [Tay96a], [RS72].

Index

- adjoint**, 26
- algèbre de l'oscillateur Harmonique, 115
- algèbre de Lie complexifiée, 93
- algèbre de Lie d'opérateurs, 92
- algèbre de Lie de l'oscillateur Harmonique, 92
- algèbre de Weyl-Heisenberg, 113
- approximation harmonique, 88
- approximation linéaire, 88
- autoadjoint**, 27

- base d'énergie, 60
- base de Fourier, 41, 49
- base de position, 48, 60
- base orthonormée, 39
- Bohr-Sommerfeld, 125
- boost, 84
- bra, 70
- bra**, 23

- capacité calorifique des matériaux, 99
- catastrophe infra-rouge, 105
- catastrophe ultraviolette, 105
- cellule de Planck, 118
- changement de Jauge, 141
- changement de référentiel Galiléen, 84
- choix d'une Jauge, 150
- Chromo-dynamique, 154
- Classique, 13
- collapse de la fonction d'onde, 75
- commutateur, 67
- connexion sur un fibré vectoriel, 145
- corps noir, 121
- corrélées, 136
- courbure de la connexion, 148
- degré de liberté spatial, 134
- degrés de liberté, 101
- densité de niveaux, 120
- densité de probabilité, 58, 60, 75
- dimension finie, 39
- dimension infinie, 39
- dispersion**, 29
- distribution de Bargmann, 128
- distribution de Dirac, 47, 70
- distribution de Husimi, 128
- domaine de définition d'opérateur**, 25
- double fentes de Young, 55
- double puits de potentiel, 36
- dé-corrélés, 137
- décomposition de Cartan, 94
- dégénérescence, 44
- dégénérée, 52
- dérivée covariante, 141, 146
- détecteur, 74

- E.D.P., 71
- Effet Aharonov-Bohm, 143
- effet photo-électrique, 103
- entropie statistique, 120
- environnement, 54
- espace de Hilbert, 70
- espace de Hilbert**, 22
- espace des phases**, 29
- espace dual, 23
- espace produit tensoriel, 134, 136
- espace propre, 44, 72
- espace quantique du spin, 163
- espace somme directe, 136
- espace vectoriel, 69
- espace vectoriel**, 18
- espace vectoriel complexe, 18
- espace vectoriel réel, 18

espaces de Sobolev, 23

Everett, 63

facteur gyromagnétique de l'électron, 106

fentes de Young, 143

fibré vectoriel, 145

fil quantique, 23, 40

fonction d'onde, 69

fonction d'onde, 17

fonction de Dirac, 47

fonction de Hermite, 94

fonctions d'Hermite, 95

force de Casimir, 106

force de Lorentz, 139

force nucléaire faible, 154

force nucléaire forte, 154

forme linéaire, 23

formule de Gutzwiller, 126

Formule de Thomas-Fermi, 118

Formule de Weyl semi-classique, 118

formule de Weyl semi-classique, 120

formule des traces semi-classique, 126

fréquence de Bohr, 306

gaz de photons, 121

gluons, 154

gravitation, 156

group, 80

groupe, 18**groupe commutatif**, 18

groupe de l'oscillateur Harmonique, 116

groupe de Lie de dimension 1, 80

groupe de Weyl-Heisenberg, 113

Groupes de Lie, 80

générateur, 78, 80

géométrie différentielle, 144

Hamilton, 13

Hamiltonien, 24

harmonique, 89

hasard quantique, 74

hermitique, 27

holonomie, 148

incertitude, 64

intégration par partie, 27

Invariance de Jauge classique, 141

Invariance de Jauge quantique, 142

inégalité de Cauchy-Schwartz, 71

inégalité de Heisenberg, 68

inégalité de Schwartz, 68

isolé, 54

isolée, 17

isomorphisme de Riesz, 23

ket, 69

ket, 18

l'écart type, 64

Laser, 104

lemme de Poincaré, 144

Limite classique-quantique, 61

localisation forte de Anderson, 53

loi de Boltzmann, 100

loi de Planck, 121

Lorentzienne, 47

Many world interpretation, 63

Modèle d'Einstein, 99

modèle de Debye, 100

modèle standard de la physique des particules, 91

moment d'ordre n , 65

moyenne expérimentale, 74

moyenne statistique, 74

multiplicité, 44, 52

nabla, 134

niveaux d'énergie, 72

normalisation, 44

normalisé, 22

normalisée, 70

norme, 21, 70

Notation de Dirac, 26

notation de Dirac, 18

observable, 56, 74, 80

onde plane, 49, 69

- onde plane**, 19
- onde stationnaire, 51, 72
- ondes sismiques, 122
- opérateur**, 24
- opérateur adjoint**, 26
- opérateur autoadjoint, 43
- Opérateur d'impulsion, 24
- opérateur d'évolution, 78
- Opérateur de position, 24
- opérateur de spin, 165
- opérateur de translation, 82
- opérateur identité, 25
- opérateur impulsion, 82
- opérateur linéaire**, 25
- opérateur rotation, 137
- opérateurs d'échelle, 95
- Opérateurs de création et d'annihilation, 93
- opérateurs de création et d'annihilation, 95
- opérateurs différentiels**, 25
- opérateurs vectoriels, 133
- orthogonales**, 21
- oscillateur harmonique, 30, 88

- paquet d'onde Gaussien, 70
- paquet d'onde Gaussien**, 19
- particule, 17, 69
- particule libre, 51
- phonons, 91
- photon, 90
- photons, 104
- polynome d'Hermite, 95
- postulat de la mesure, 55
- potentiel Harmonique, 88
- potentiel quadratique, 51
- potentiel scalaire, 138
- potentiel vecteur, 138
- principe de correspondance, 138
- principe de superposition, 71
- principe de superposition**, 28
- probabilité, 74
- produit scalaire, 70
- produit scalaire**, 21
- produit scalaire de Hilbert-Schmidt**, 25
- produit tensoriel, 134
- projecteur orthogonal, 42
- projecteur spectral, 56
- propagateur, 78

- Quantification du champ électromagnétique, 103
- quantification géométrique, 126
- Quantique, 13
- quarks, 154

- rayonnement du corps noir, 103
- relation d'incertitude, 68
- Relation d'incertitude temps-énergie, 81
- relation de fermeture, 73
- relation de Parseval, 50
- relation de polarisation, 79
- relativiste, 13
- représentation dans l'espace de phase, 126
- représentation de Heisenberg, 86
- représentation de Husimi, 30, 126
- représentation de Schrödinger, 86
- représentation en impulsion, 49
- représentation en position, 48
- règle de Leibnitz, 150
- règle de quantification, 125
- réduction du paquet d'onde, 60, 75

- section de l'espace fibré, 146
- simplement connexe, 144
- spectre, 43
- spectre continu, 47
- spectre du corps noir, 121
- symbole de l'opérateur, 87

- temps de décohérence, 60
- théorie de Jauge, 144, 145
- théorie de Jauge électro-faible, 145
- théorie des connections sur fibrés vectoriels, 144
- théorie des distributions, 47
- théorème d'Erhenfest, 67
- transformation active, 137
- transformation infinitésimale, 81

transformation passive, 137
transformée de Fourier, 49
trivialisation du fibré, 150

unitaire, 79

valeur moyenne, 64

valeur propre, 43

valeur propre simple, 44

variance, 64

vecteur colonne, 40

vecteur dual, 23

vecteur dual métrique, 70

vecteur propre, 43

xcas, 95

élément du groupe, 80

éléments de matrice, 42

énergie noire, 105

équation de Schrödinger, 71

équation de Schrödinger, 13, 28

équation de Schrödinger stationnaire, 50, 72

équation linéaire aux dérivées partielles, 71

équations de Maxwell, 101

état cohérent, 112

état cohérent du champ, 104

état de position, 70

état fondamental, 72

état physique, 59

état stationnaire, 51

états physiques, 71

évolution temporelle, 28

Bibliographie

- [ADR82] A. Aspect, Dalibard J., and Roger G. Experimental tests of Bell's inequalities using time-varying analysers. *Physical Review Letters*, 49 :1804–1807, 1982.
- [AM76] Neil W. Ashcroft and D. N. Mermin. *Solid State Physics*. Brooks Cole, January 1976.
- [Arn76] V.I. Arnold. *Les méthodes mathématiques de la mécanique classique*. Ed. Mir. Moscou, 1976.
- [Asp76] A Aspect. Proposed experiment to test the non-separability of quantum mechanics. *Physical review D*, 14 :1944–1951, 1976.
- [B.] Parisse B. *Logiciel libre de calcul formel*. Taper xcas dans google.
- [Bac] H. Bacry. *Lessons on group theory*.
- [Bas86] J.L. Basvedant. *Mécanique quantique*. Ellipses, 1986.
- [BC89] B.H. Bransden and C.J. Joachain. *Introduction to quantum mechanics*. Longman, 1989.
- [Bel64] Bell J. On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox. *Physics*, 1 :195–200, 1964.
- [CB73] Y. Choquet-Bruhat. *Distributions : théorie et problèmes*. 1973.
- [CBF] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloe. *Mécanique quantique*.
- [Cla88] Claude Cohen-Tannoudji. *Cours 1988-89-90 : Cohérences quantiques et dissipation*. Cours de Claude Cohen-Tannoudji au Collège de France. http://www.lkb.ens.fr/users/laloe/public_html/PHYS/cours/college-de-france/, 1988.
- [CTDRG88] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg. *Processus d'interaction entre photons et atomes*. ..., 1988.
- [DEC+96] D. Giulini, E. Joos, C. Kiefer, J. Kupsch, I.O. Stamatescu, and H.D. Zeh. *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory*. Springer-Verlag, 1996.
- [DGLR89] B. Diu, C. Guthmann, D. Lederer, and B. Roulet. *Physique statistique*. 1989.
- [DM02] Dietrich Dehlinger and M. W. Mitchell. Entangled photon apparatus for the undergraduate laboratory. *American Journal of Physics*, 70 :898–902, 2002.
- [dV02] Y. Colin de Verdière. *Méthodes semi-classiques et théorie spectrale*. *Book in progress*. <http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~ycolver/>. 2002.

- [EZ03] L. Evans and M. Zworski. *Lectures on semiclassical analysis*. <http://math.berkeley.edu/~zworski/>, 2003.
- [F. 00] F. Faure. Exposés sur la quantification géométrique. <http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~faure>, pages 1–12, 2000.
- [Fau] F. Faure. Films d’animations d’ondes quantiques. http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~faure/enseignement/meca_q/animations.
- [Fau10a] F. Faure. *Cours de géométrie et topologie pour la physique pour Master M2 de physique*. <http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~faure/enseignement>, 2010.
- [Fau10b] F. Faure. *Cours de Mathématiques pour la physique. Niveau Master 1*. <http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~faure/enseignement>, 2010.
- [Fau10c] F. Faure. *Cours de Mécanique Analytique pour Licence L3 de physique*. <http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~faure/enseignement>, 2010.
- [Fey63] Feynman. *Le cours de physique de Feynman, Mécanique quantique*. 1963.
- [Gut91] M. Gutzwiller. *Chaos in classical and quantum mechanics*. Springer-Verlag, 1991.
- [Har02] S. Haroche. *Cours de mécanique quantique*. <http://...>, 2002.
- [HB] Michel Hulin and Odile Betbeder. *Théorie des groupes appliquée à la physique*.
- [HTS⁺01] R. Hennino, N. Tregoures, M Shapiro, L. Margerin, M Campillo, B. van Tiggelen, and R. Weaver. Observation of equipartition of seismic waves. *Phys. Rev. Letters*, 86 :3447–3450, 2001.
- [Jac75] J.D. Jackson. *Classical electrodynamics*. Wiley, 1975.
- [JEA] Leys J., Ghys E., and Alvarez A. *Dimension*. <http://www.dimensions-math.org>.
- [J.J85] J.J. Sakurai. *Modern Quantum mechanics*. Benjamin Cummings Publishing Company, 1985.
- [L.E90] L.E. Ballentine. *Quantum Mechanics*. 1990.
- [IS02] Dossier Pour la Science. *L’art du Secret. La cryptographie*. Dossier hors Série, juillet/oct 2002.
- [Mar02] A. Martinez. *An Introduction to Semiclassical and Microlocal Analysis*. Universitext. New York, NY : Springer, 2002.
- [Mel95] Richard B. Melrose. *Geometric scattering theory*. Stanford Lectures. <http://www-math.mit.edu/~rbm/book.html>, 1995.
- [Mes64] A. Messiah. *mécanique quantique*. 1964.
- [Mil94] P. Milonni. *The Quantum Vacuum, an introduction to quantum electrodynamics*. Academic Press, 1994.
- [Nak03] M. Nakahara. *Geometry, topology and physics*. Institute of Physics Publishing, 2003.

- [NGWH01] Nicolas Gisin, Grégoire Ribordy, Wolfgang Tittel, and Hugo Zbinden. Quantum Cryptography. *to appear in Reviews of Modern Physics, e-print : quant-ph/0101098*, 2001.
- [Omn00] R. Omnes. *Comprendre la mécanique quantique*. EDP Sciences, 2000.
- [Per86] A. Perelomov. *Generalized coherent states and their applications*. Springer-Verlag., 1986.
- [PRK95] G. Papanicolaou, L. Ryzhik, and J. Keller. Stability of the p to s energy ratio in the diffusive regime. 1995.
- [Roo06] Borwein Choi Rooney. *The Riemann hypothesis*. Springer, 2006.
- [RS72] M. Reed and B. Simon. *Mathematical methods in physics, vol I : Functional Analysis*. Academic press, New York, 1972.
- [Sak67] J.J. Sakurai. *Advanced quantum mechanics*. 1967.
- [Sch66] L. Schwartz. *Theorie des distributions*. 1966.
- [Seg95] Carter Segal. *Lectures on Lie groups and Lie Algebras*. 1995.
- [SI00] Gustafson S. and Sigal I. *Mathematical concepts of quantum mechanics*. Springer, 2000.
- [Ste94] S. Sternberg. *Group theory and physics*. Cambridge University Press, 1994.
- [Tay96a] M. Taylor. *Partial differential equations, Vol I*. Springer, 1996.
- [Tay96b] M. Taylor. *Partial differential equations, Vol II*. Springer, 1996.
- [WDG90] W. M. Zhang, D. H. Feng, and R. Gilmore. Coherent states : theory and some applications. *Rev. Mod. Phys.*, 62 :867, 1990.
- [Woo92] N.M.J. Woodhouse. *Geometric quantization*. Clarendon Press, Oxford, 1992.
- [YCB82] M. Dillard-Bleick Y. Choquet-Bruhat, C. Dewitt-Morette. *Analysis, manifolds and physics*. North-Holland, 1982.
- [Zur91] W.H. Zureck. *Phys. Today*, 44 :36, 1991.