

**Exercice 1** Pour  $a, b$  deux réels fixés strictement positifs, on considère la courbe suivante

$$\begin{cases} x(t) &= 2t + \frac{a}{t^2} \\ y(t) &= t^2 + \frac{2b}{t} \end{cases}$$

1. Donner les domaines de définition et d'étude, puis étudier les branches infinies.
2. Déterminer une condition sur  $a$  et  $b$  telle que la courbe possède un point de rebroussement. Dans ce cas, déterminer la nature du point de rebroussement (*Indication : on pourra calculer les dérivées  $x^{(k)}$  et  $y^{(k)}$  pour quelques  $k \in \mathbb{N}$* ).

**Pour les questions suivantes, on supposera que  $a = b = 2$ .**

3. Donner le tableau de variation, étudier les changements de convexité, puis tracer la courbe (avec le sens de parcours).
4. Donner l'expression de la longueur de l'arc entre les paramètres  $t = 2$  et  $t = 2.5$ , puis en donner une valeur approchée en utilisant la calculatrice.

**Exercice 2.** Étudier et tracer la courbe polaire suivante :  $\rho(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{1 + \cos(\theta)}$ .

Donner la valeur de la longueur de la boucle sous la forme d'une intégrale, et donner en une valeur approchée.