2018-QCM3

Pour une question, plusieurs réponses sont possibles.

Question 1 [`Courbeformeexactefermee-Q1`] (6 pts) Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont toujours vraies ?

■ Une forme exacte est fermée.

■ Soit γ un arc de cycloïde $((x(t), y(t)) = (Rt - R\sin t, R - R\cos t)$ pour $t \in [0, 2\pi]$, $R > 0)$ et $\omega = M(x,y)dx + N(x,y)dy$ une forme exacte, alors $\int_\gamma \omega = \int_0^{2\pi R} M(t,0)dt$.

C Une forme fermée est exacte.

■ Soit γ le cercle unité (dans le sens trigonométrique) et $\omega = xdx$, alors $\int_\gamma \omega = 0$.

E Soit γ le cercle unité (dans le sens trigonométrique) et $\omega = xdy$, alors $\int_\gamma \omega = 0$.

■ Soit γ le cercle unité (dans le sens trigonométrique) et $\omega = M(x,y)dx + N(x,y)dy$ une forme différentielle définie et régulière sur le disque $B(0,1)$, alors $\int_\gamma \omega = \iint_{B(0,1)} (\partial_x N - \partial_y M) dxdy$.

Question 2 [`Courbecalculdaire-Q2`] (3 pts)
Soit γ un lacet orienté dans le sens trigonométrique. Parmi les calculs suivants, lesquels ont pour valeur l'aire située à l'intérieure de la région délimitée par γ ?

■ $\int_\gamma xdy$

■ $\frac{1}{2}\int_\gamma (xdy - ydx)$

C $\int_\gamma ydx$

D $\int_\gamma xydx$

Question 3 [`COURBEOnconsiderelafor-Q3`] (5 pts) On considère la forme différentielle $\omega = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}dx + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}dy$ définie sur $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$. Soit γ un paramétrage du cercle unité dans le sens trigonométrique de classe $\mathcal{C}^1$. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

■ ω est fermée sur $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$.

■ $\int_\gamma \omega = 0$.

C $\int_\gamma \omega = 2\pi$.

■ $\omega = dV$ avec $V(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$.

Question 4 [`EDOOnconsiderelequatio-Q4`] (6 pts) On considère l'équation différentielle (E) : $x' - 3tx^2 = 0$. Parmi les assertions suivantes, cocher celles qui sont vraies.

■ Il existe une unique fonction x solution de (E) sur un intervalle ouvert contenant 0 et vérifiant $x(0) = 1$.

■ Il n'existe qu'une seule solution stationnaire globale.

C Si $x(0) > 0$, la solution est forcément définie sur $\mathbb{R}$.

■ Si $x(0) < 0$, la solution est forcément définie sur $\mathbb{R}$.