UJF **DM à rendre la semaine du 6 au 10 octobre** **mat237**

Exercice 1 (tiré du CC1 2012)

On considère la courbe Γ paramétrée sur $I =]-1,1[$ par $x(t) = \dfrac{t^2}{1-t}$, $\quad y(t) = \dfrac{t^4}{1-t^2}$.

1. Vérifier que la courbe Γ possède un seul point singulier S. Préciser la tangente en S puis la nature de S [on pourra utiliser un développement limité en ce point].
2. Montrer que Γ admet deux droites asymptotes que l'on déterminera.
3. Etudier la convexité de Γ
4. Dresser un tableau de variation de $x(t)$ et $y(t)$ sur $]-1,1[$.
5. Tracer la courbe Γ.

Exercice 2 : Miroir elliptique Soit E l'ellipse de foyers $F(1,0)$ et $F'(-1,0)$ et passant par le point $A(2,0)$.

1. Déterminer l'excentricité e de l'ellipse et son demi-grand axe a. Donner l'équation cartésienne de E puis une représentation paramétrique $M(t)$ d'un point de E. Faire le tracé de E.
2. Déterminer la tangente T à l'ellipse au point $M(t)$. Donner un vecteur unitaire $\overrightarrow{T}$ vecteur directeur de T.
3. Donner un vecteur unitaire $\overrightarrow{N}$ orthogonal à $\overrightarrow{T}$. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{FM(t)}$ dans la base orthonormée $\{\overrightarrow{T}, \overrightarrow{N}\}$ (on pourra utiliser le produit scalaire de $\overrightarrow{FM(t)}$ avec $\overrightarrow{T}$ et $\overrightarrow{N}$).
4. On place une source lumineuse en F qui émet dans toutes les directions et on suppose que l'intérieur de l'ellipse E est un miroir. Déterminer le rayon réfléchi du rayon $\overrightarrow{FM(t)}$ (symétrique du rayon $\overrightarrow{FM(t)}$ par rapport à la tangente T en $M(t)$ à l'ellipse).
5. Montrer que le rayon réfléchi passe par un point indépendant de t que l'on déterminera.