

On s'intéresse au problème suivant et à sa simulation mathématique :

On injecte à un patient un médicament par voie intraveineuse (on considère que l'injection est faite à l'instant $t=0$). La concentration du produit dans le sang est immédiatement maximale et ensuite, elle diminue en fonction du temps. On fait l'hypothèse que cette diminution est proportionnelle à la concentration et au temps

On note $C(n)$ la concentration à l'instant $t=n$ (mesuré en minutes). On va simuler la situation sur un intervalle d'une durée de 60 minutes.

1) Expliquer pourquoi $C(0) = 1$ et $C(n+1) - C(n) = -kC(n)$ où k est un réel compris entre 0 et 1.

2) Exprimer $C(n+1)$ en fonction de $C(n)$.

3) Ouvrir le logiciel xcas puis cliquer en bas à gauche sur cfg puis Graph configuration. On indique WX- égal à 0, WX+ égal à 60, WY- égal à 0 et WY+ égal à 1,5. Ces informations définissent une fenêtre graphique comme window dans les calculatrices. Dans Edit on sélectionne New puis tableur. Dans la case en haut à gauche du tableur, on inscrit F60 pour avoir à notre disposition 6 colonnes et 61 lignes.

Dans la colonne A on va inscrire les valeurs de n et dans la colonne B celles de $C(n)$. Pour cela, dans A0, on inscrit n , dans A1 on saisit 0 et dans A2 " $=A1+1$ ". Dans C0 on saisit k et dans C1 une valeur de k , par exemple 0,05. Dans B0, on saisit $C(n)$, dans B1 on saisit 1 et dans B2 " $=B1*(1-C\$1)$ ". On sélectionne les deux cellules A2 et B2 puis dans Edit Fill Copy down, ce qui a pour effet de remplir les colonnes A et B. Quel constat peut-on faire sur les valeurs de $C(n)$?

4) Dans Statistics on va choisir 2d puis scatterplot pour obtenir un nuage de points. Pour cells input on indique A1..B60 puis dans target cell on indique par exemple F0. On coche "absolu" puis on valide avec OK. Quelle remarque sur le nuage de points ainsi représenté ?

5) On va chercher à définir la demi-vie du médicament, c'est-à-dire le temps nécessaire pour évacuer la moitié de la dose injectée, ce qui correspond alors à une concentration égale à 0,5. Quelle est la valeur de cette demi-vie pour $k=0,05$? Quelle est la concentration au bout d'un temps égal à 2 demi-vies ? Comment expliquer le résultat observé ?

6) Reprendre les questions précédentes en modifiant la valeur de k dans la cellule C1. Par exemple $k=0,15$ ou $k=0,08$. A chaque modification, il faut demander le recalcul de la feuille en validant avec "enter" et si on veut voir apparaître le nouveau nuage de points, on demande de nouveau "scatterplot" en modifiant la cible de "target cell" pour ne pas effacer le nuage précédent.

On s'intéresse au problème suivant et à sa simulation mathématique :

On injecte à un patient un médicament par voie intraveineuse (on considère que l'injection est faite à l'instant $t=0$). La concentration du produit dans le sang est immédiatement maximale et ensuite, elle diminue en fonction du temps. On fait l'hypothèse que cette diminution est proportionnelle à la concentration et au temps

On note $C(n)$ la concentration à l'instant $t=n$ (mesuré en minutes). On va simuler la situation sur un intervalle d'une durée de 60 minutes.

1) Expliquer pourquoi $C(0) = 1$ et $C(n+1) - C(n) = -kC(n)$ où k est un réel compris entre 0 et 1.

2) Exprimer $C(n+1)$ en fonction de $C(n)$.

3) La suite numérique ainsi construite est une modélisation du problème et peut être étudiée et visualisée à l'aide de la calculatrice. Pour cela on peut affecter la valeur de k à une mémoire, ce qui permettra de visualiser les modifications apportées par un changement de la valeur de k sans avoir à reprogrammer la suite. Dans cette première partie, on fixera $k=0.05$

Quel constat peut-on faire sur les valeurs de $C(n)$?

Quelle remarque sur le nuage de points ainsi représenté ?

4) On va chercher à définir la demi-vie du médicament, c'est-à-dire le temps nécessaire pour évacuer la moitié de la dose injectée, ce qui correspond alors à une concentration égale à 0,5. Quelle est la valeur de cette demi-vie pour $k=0.05$? Quelle est la concentration au bout d'un temps égal à 2 demi-vies ? Comment expliquer le résultat observé ?

5) Reprendre les questions précédentes en modifiant la valeur de k dans la cellule C1. Par exemple $k=0,15$ ou $k=0,08$.