PRESENTATION DU TP : RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION

Il s'agit d'un travail dont les deux objectifs d'apprentissage sont les suivants :

- comprendre ce que signifie que deux équations sont équivalentes,
- formuler et utiliser certaines transformations qui garantissent l'équivalence des équations en jeu et voir leur utilité.

On demande à l'élève d'analyser ses choix lors de la résolution d'une équation, pour les rendre efficaces, suivant le but recherché.

Ce TP a été expérimenté dans une classe de seconde fin septembre et début octobre 2004, durant deux heures séparées d'une semaine.

En ce qui concerne le logiciel, les élèves apprennent à :

- nommer une équation,
- résoudre une équation,
- factoriser une expression,
- développer une expression,
- placer le signe de multiplication entre deux facteurs.

Les élèves devaient rédiger un compte-rendu, portant à la fois sur l'utilisation du logiciel (afin qu'ils puissent mémoriser quelques commandes qui serviront ultérieurement) et sur les résultats obtenus et méthodes mathématiques utilisées.

Fiche-élève

TP : RÉSOLUTION D'UNE ÉQUATION

Première partie : résolution de l'équation d'inconnue x suivante $(2\,x + 3)\,(x - 5) = 0$

Dans l'écran « *hist* », saisir l'instruction `E :=( (2 x + 3) (x – 5) = 0)` : ceci permet de nommer E l'équation $(2\,x + 3)\,(x - 5) = 0$. Utiliser ensuite l'instruction `solve` du menu `Seconde` pour résoudre l'équation E. Expliquer comment dans le compte-rendu.

Cette instruction `solve` permet de résoudre l'équation E. Noter les solutions obtenues (elles apparaissent sous la forme d'une liste entre crochets). Dans le compte-rendu, faire une phrase de conclusion sur l'ensemble des solutions de l'équation de l'équation E.

❤ Le théorème qui justifie que l'ensemble des solutions de l'équation E est l'ensemble des nombres x qui vérifient $2\,x + 3 = 0$ ou $x - 5 = 0$ est le « théorème du produit nul », qui dit :

- Si un produit de nombres est nul, alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

  Et

- Si l'un au moins des facteurs d'un produit de nombres est nul, alors le produit est nul.

Deuxième partie : résolution de l'équation d'inconnue x suivante $x^2 = 2\,x^2 - x$

1) Dans l'écran « *hist* », nommer A l'équation $x^2 = 2\,x^2 - x$, puis la résoudre.
   Rédiger les instructions données au logiciel dans le compte-rendu.

❤ Pour résoudre pas à pas une équation telle que A, on la transforme progressivement en une autre équation qui possède le même ensemble de solutions que A (on dit alors que cette équation est **équivalente** à A). On a le choix à chaque étape de faire l'une des transformations suivantes :

- « développer une expression qui figure dans l'équation »,
- « factoriser une expression qui figure dans l'équation »,
- « additionner ou soustraire une même expression à chaque membre »,
- « multiplier ou diviser chaque membre de l'équation par une même

expression » (à condition qu'elle soit différente de zéro),

- « simplifier l'écriture ».

2) Proposer une équation simple, différente de A, mais équivalente à A. Dans le compte-rendu, noter les instructions données au logiciel et justifier l'équivalence des équations.
3) Pour réfléchir à la résolution de l'équation A et apprendre des instructions à donner au logiciel, il s'agit de tester différentes commandes et de voir les effets sur l'équation A. Rédiger proprement les réponses aux questions suivantes dans le compte-rendu.

   a) Taper factor(A). Que fait le logiciel ? Quelle expression a été factorisée ? La forme obtenue permet-elle d'avancer dans la résolution de l'équation A ?
   b) Taper expand(A). Que fait le logiciel ?
   c) Taper B :=A+x. Que fait le logiciel ? Taper simplify(B). Que fait le logiciel ? L'équation B est-elle équivalente à A ?
   d) Taper C :=A–x^2. Que fait le logiciel ? Simplifier l'écriture de l'équation C. L'équation C est-elle équivalente à A ?
   e) Entre les équations B ou C, laquelle choisir pour poursuivre la résolution de l'équation A ? Pourquoi ?
   f) Taper E :=C/x . Que fait le logiciel ? Taper simplify(E). Que fait le logiciel ? L'équation E est-elle équivalente à A ?
   g) Quelle instruction, à appliquer à l'équation C, permet de terminer la résolution de l'équation A ? Quel est le théorème utilisé ?
   h) En partant de l'équation A, écrire la suite des équations équivalentes qui permettent de résoudre le plus efficacement possible l'équation A.

Il s'agit d'analyser ses choix pour les rendre les plus efficaces possible suivant le but recherché. A la dernière étape des transformations successives, on doit aboutir à une équation simple dont on peut donner facilement l'ensemble des solutions.

Troisième partie : résolution de l'équation A d'inconnue x suivante $(x + 2)^2 = 3(x +2)$

1) Peut-on, à la lecture de l'équation, deviner une solution de l'équation $(x + 2)^2 = 3(x +2)$?
2) Taper E :=A/(x+2). Que fait le logiciel ? Simplifier l'écriture de l'équation E. L'équation E est-elle équivalente à A ?
3) Déterminer une suite de transformations à faire sur l'équation A qui permette d'obtenir une équation que l'on puisse résoudre grâce au théorème du produit nul. Nommer ces transformations dans le compte-rendu.

Quatrième partie : résolution de l'équation d'inconnue x suivante $3\,x^2 - 3 = (\,x + 1)^2$

Résoudre l'équation $3x^2-3=(\,x+1)^2$, en mettant en évidence toutes les transformations effectuées pour obtenir des équations équivalentes.