

TP N°1

REMBOURSEMENT A MENSUALITES CONSTANTES D'UN
PRET D'UNE SOCIETE DE CREDIT

Ce TP reprend l'exercice qui a été fait en cours le samedi 22/12/07. Un compte-rendu de ce TP est à rédiger pour le samedi 02/02/08..

L'objet du TP est double :

- comprendre, à l'aide d'un tableur, comment on détermine la durée du remboursement d'un capital emprunté, ainsi que la somme que l'on rembourse effectivement ;
- apprendre à se servir d'un tableur.

Le logiciel utilisé se nomme Xcas ; c'est un logiciel libre et gratuit, qui est actuellement en cours de développement et que chacun peut télécharger à l'adresse suivante :

<http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~parisse>

Pour accéder à Xcas, suivre : Démarrer, puis Harp, puis mathématiques, puis calcul formel nouveau.

Les ordinateurs étant lents à se mettre en route, ouvrir Xcas dès le début du TP et, en attendant les explications de la professeure pour l'utilisation du tableur, traiter la première partie du TP.

Le problème est le suivant.

Une société de crédit propose à ses clients de mettre à leur disposition une somme de 6000 € remboursable par des prélèvements mensuels fixes de 300 €. Le taux d'intérêt mensuel annoncé est de 1,5%. On se propose de déterminer le nombre de mois nécessaires au remboursement de cette somme et le montant effectivement payé par chaque client. Si le montant dû le dernier mois est inférieur à 300 €, le client paye le forfait de 300 €.

Première partie : « à la main »

- Au bout du premier mois, le capital de 6000 € ($u_0 = 6000$) a augmenté sa valeur de 1,5 %, quelle est cette valeur en € ? La famille rembourse alors son premier montant fixé à 300 €. Quelle est alors la valeur u_1 (en €) du capital qui reste à rembourser ?
- Au bout du deuxième mois, le capital u_1 a augmenté sa valeur de 1,5 %, quelle est cette valeur ? La famille rembourse son deuxième montant de 300 €. Quelle est alors la valeur u_2 (en €) du capital qui reste à rembourser ?
- Au bout du troisième mois, quelle est la valeur u_3 (en €) du capital qui reste à rembourser ?

Deuxième partie : avec Xcas

Ouvrir une feuille de calcul. L'intérêt d'utiliser un tableur dans ce type de problème réside dans le fait qu'il suffit d'écrire une formule dans une cellule, puis de la recopier vers le bas, pour obtenir instantanément, par exemple, le calcul du montant qui reste à rembourser après 1, 2, ..., n prélèvements mensuels

- Dans la cellule A0 de la feuille de calcul, saisir la valeur initiale du capital (en €). Dans la cellule A1, saisir une formule, en fonction de A0, qui permette le calcul de la valeur de ce capital (en €) au bout d'un mois. Dans la cellule B1, saisir une formule, en fonction de A1, qui permette le calcul du

montant restant à rembourser après un prélèvement mensuel (et avant de considérer l'augmentation de sa valeur).

Dans le compte-rendu, on donnera ces formules. Contrôler avec ce qui a été obtenu dans la première partie.

- Dans la cellule A2 de la feuille de calcul, saisir une formule, en fonction de B1, qui permette le calcul de la valeur (en €), au bout de deux mois, du capital restant à rembourser après un prélèvement mensuel. Dans la cellule B2, saisir une formule, en fonction de A2, qui permette le calcul du montant restant à rembourser après deux prélèvements mensuels (et avant de considérer l'augmentation de sa valeur). *Dans le compte-rendu, on donnera ces formules. Contrôler avec ce qui a été obtenu dans la première partie.*
- Dans la cellule A3 de la feuille de calcul, saisir une formule, en fonction de B2, qui permette le calcul de la valeur (en €), au bout de trois mois, du capital restant à rembourser après deux prélèvements mensuels. Dans la cellule B3, saisir une formule, en fonction de A3, qui permette le calcul du montant restant à rembourser après trois prélèvements mensuels (et avant de considérer l'augmentation de sa valeur). On constate que les procédures de calcul se répètent. Le tableur permet de répéter instantanément, sur beaucoup de lignes, ces mêmes procédures de calcul. Il suffit pour cela de sélectionner à la souris les cellules A3 et B3, puis de dérouler le menu *Edit*, puis *Remplir*, puis *Copier vers le bas*. *Dans le compte-rendu, indiquer le contenu des cellules A16 et B16 et préciser ce que ces nombres représentent par rapport au problème posé.*
- Déterminer, à l'aide du tableur, le nombre de mois nécessaires à l'extinction de la dette. *Donner la réponse dans le compte-rendu et calculer alors le montant effectivement payé pour rembourser la somme de 6000 €.*
- L'exercice propose un artifice de calcul pour que l'on puisse trouver facilement « à la main » au bout de combien de mois on aura fini de rembourser. Il introduit la suite (v_n) définie pour tout nombre entier naturel n par $v_n = u_n - 20\,000$.
 - Faire apparaître les termes de cette suite (v_n) dans la colonne C de la feuille de calcul, à l'aide d'une formule judicieusement choisie. *Expliquer comment dans le compte-rendu.*
 - Dans la colonne D, faire des calculs qui permettent de conjecturer que la suite (v_n) est géométrique. *Expliquer dans le compte-rendu, puis faire la preuve « à la main ».*
 - Cette question se traite sans Xcas, dans le compte-rendu. Puisque l'on a démontré que la suite (v_n) était géométrique, que l'on connaît son premier terme et sa raison, on peut exprimer explicitement v_n en fonction de n (et n uniquement), puis en déduire l'expression de u_n explicitement en fonction de n . Donner ces formules explicites en fonction de n . Utiliser la formule explicite de u_n en fonction de n pour donner la preuve de la réponse à la question 4.
- Rédiger une conclusion à ce TP, par rapport au problème posé, par rapport aux connaissances mathématiques utilisées, par rapport à l'utilisation du tableur.