

Examen du 11 mai 2012, de 9h à 12h.

Documents, calculatrices et ordinateurs ultraportables (netbooks) autorisés.

Ce sujet comporte 2 pages.

1. PRIX DE PRODUCTION DU KWH.

Tous les coûts sont donnés en euros 2010 (on ne tient donc pas compte de l'inflation).

Rappel : pour déterminer le coût annuel A d'un équipement dont le coût de construction initial vaut M et ayant une durée de vie de N années pour un taux d'intérêt (hors inflation) t , on considère la suite récurrente

$$u_{n+1} = (1+t)u_n - A, \quad u_0 = M$$

et on résoud l'équation $u_N = 0$.

- (1) Le coût de construction de la centrale solaire à concentration Andasol 1 en Espagne (premier de la série) fut de 6 euros par W de puissance installée, la production annuelle est de 1.2kWh pour 1W de puissance installée. En supposant que la centrale fonctionne 40 ans, calculez le coût du kWh produit selon trois hypothèses pour le taux d'intérêt appliqué au coût de construction : un taux nul, à 2% et un taux à 7% (on néglige ici le coût de fonctionnement).
- (2) D'après wikipedia, le coût de construction d'une centrale solaire à concentration est aujourd'hui proche de 3 euros par W de puissance installée, comment peut-on déduire simplement les coûts de production du kWh en fonction de ceux calculés à la question précédente ?
- (3) Si on installait une centrale solaire dans deux lieux de même climat et de même latitude, l'une dans l'hémisphère Nord et l'autre dans l'hémisphère Sud, la production de la centrale située au Nord diminuerait moins que celle au Sud lorsqu'on passe de l'été à l'hiver. Expliquez pourquoi (rappel : l'orbite de la Terre est elliptique).
- (4) D'après la cour des comptes¹, le coût de construction des 58 réacteurs nucléaires français est de 83GE (milliards d'euros)². Les dépenses d'exploitation annuelles sont de 10GE, les dépenses annuelles d'investissement de maintenance sont de 1.75GE (estimées à 3.7GE pour les années à venir). La production annuelle nucléaire est de 420TWh (4.2e11kWh). En supposant que les réacteurs fonctionnent 40 ans, calculez le coût du kWh en faisant les mêmes hypothèses que précédemment.
- (5) On a négligé le coût de démantèlement des 58 réacteurs (coût à payer à l'issue de la durée de vie des réacteurs), dont les estimations varient entre 18 et plus de 50 GE³, comment pourrait-on en tenir compte quantitativement ?
- (6) Si la durée de vie des équipements est de 60 ans au lieu de 40 ans, indiquez qualitativement laquelle de ces deux types d'énergie voit son coût décroître le plus.

1. http://www.ccomptes.fr/fr/CC/documents/RPT/Rapport_thematique_filiere_electronucleaire.pdf

2. Ceci ne tient pas compte du parc de 1ère génération 6GE, du coût de Superphenix 12GE, de la recherche nucléaire 55GE, et du cycle du combustible 19GE

3. Il s'agit ici uniquement des réacteurs EDF, il faudrait y ajouter le coût de gestion des déchets et des installations d'AREVA et du CEA

2. TEMPÉRATURES DU 1 AU 28 FÉVRIER.

Voici les températures moyennes relevées à St Martin d'Hères du 1er au 28 février 2011 et 2012.

$$\left(\begin{array}{l} 2011 : 1-10 \quad 0.7 \quad 0.2 \quad -0.5 \quad 3.9 \quad 4.7 \quad 5.0 \quad 6.4 \quad 6.2 \quad 5.5 \quad 5.6 \\ \quad \quad 11-20 \quad 6.0 \quad 5.7 \quad 6.3 \quad 8.2 \quad 7.8 \quad 6.2 \quad 5.7 \quad 5.5 \quad 7.8 \quad 7.5 \\ \quad \quad 21-28 \quad 7.7 \quad 5.8 \quad 6.1 \quad 6.3 \quad 8.2 \quad 8.7 \quad 4.6 \quad 5.3 \\ 2012 : 1-10 \quad 0.3 \quad -1.4 \quad -4.7 \quad -7.0 \quad -8.3 \quad -7.1 \quad -7.6 \quad -5.2 \quad -4.8 \quad -4.0 \\ \quad \quad 11-20 \quad -5.0 \quad -4.7 \quad -4.0 \quad -1.8 \quad 0.8 \quad 4.9 \quad 4.9 \quad 4.8 \quad 4.6 \quad 1.9 \\ \quad \quad 21-28 \quad 2.0 \quad 2.5 \quad 4.1 \quad 6.7 \quad 6.0 \quad 10.0 \quad 5.4 \quad 5.9 \end{array} \right)$$

- (1) Calculer la moyenne et l'écart-type pour 2011.
- (2) Supposons que les températures soient indépendantes d'un jour sur l'autre. On peut alors considérer que la moyenne des températures des 28 jours de février suit une loi normale, estimer sa moyenne μ et son écart-type σ à partir de la question précédente.
- (3) Comment se situe la moyenne de 2012 ($\mu' = -0.03$ degrés) par rapport à cette loi normale (on discutera le rapport entre $\mu - \mu'$ et σ) ? Que peut-on en déduire sur l'hypothèse que les températures sont indépendantes d'un jour sur l'autre ?

3. TEMPÉRATURE AU COURS D'UNE JOURNÉE.

On modélise la température $T(t)$ au cours d'une journée par la solution d'une équation différentielle :

$$aT' = f(t), \quad f(t) = -0.02T + \max(0, c \cos(t) + d)$$

où une journée de 24h correspond à t variant de 2π et :

- $a \approx 0.05$ modélise l'inertie thermique (pour un climat océanique dégradé),
- $f(t)$ tient compte des transferts de chaleur vers le reste de la Terre et vers l'espace⁴ (terme $-0.02T$) auquel on ajoute pendant la journée le rayonnement direct du Soleil (terme $c \cos(t) + d$ lorsqu'il est positif ce qui définit le jour).
- $c \geq 0$ et d dépendent de la saison et de la latitude du lieu considéré. Ainsi, au pôle $c = 0$ ($d = 0.4$ au solstice d'été et $d = -0.4$ au solstice d'hiver), à l'équateur $d = 0$ ($c = 0.92$ aux solstices, $c = 1$ aux équinoxes), et à la latitude de Grenoble on a $c = 0.65$ aux solstices, ($d = 0.28$ au solstice d'été, $d = -0.28$ au solstice d'hiver).

- (1) On se place au pôle. Déterminer la solution de l'équation différentielle

$$aT' = -0.02T + \max(0, d)$$

au solstice d'été ($d = 0.4$) et au solstice d'hiver ($d = -0.4$), ainsi que la limite de T pour t grand.

- (2) On se place à l'équateur à l'équinoxe. Déterminer (par exemple avec `desolve`) la solution de l'équation :

$$aT' = -0.02T + \max(0, \cos(t))$$

la nuit ($t \in [-3\pi/2, -\pi/2]$) en fonction de $T_s = T(-3\pi/2)$ en déduire la valeur de $T(-\pi/2)$, puis résoudre l'équation le jour ($t \in [-\pi/2, \pi/2]$), en déduire $T(\pi/2)$. Peut-on trouver T_s tel que T soit périodique ? Pour t grand, tend-on vers une solution périodique ? Lorsque la solution est périodique, à quel moment de la journée la température maximale est-elle atteinte ? La température minimale ?

- (3) On se place à la latitude de Grenoble. Déterminer la période de nuit et de jour aux solstices puis la solution de l'équation la nuit, puis le jour. On suppose qu'on choisit une valeur initiale de T telle que la solution soit périodique, observe-t-on le même type de phénomène qu'à l'équateur ? Que peut-on dire de l'amplitude thermique au solstice d'été par rapport à l'amplitude thermique au solstice d'hiver ?

4. Pour être plus réaliste, il faudrait ici tenir compte de la latitude et de la saison