

2018-QCM3

Pour une question, plusieurs réponses sont possibles.

Question 1 (6 pts) Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont toujours vraies ?

- A Soit γ le cercle unité (dans le sens trigonométrique) et $\omega = xdx$, alors $\int_{\gamma} \omega = 0$.
- B Soit γ le cercle unité (dans le sens trigonométrique) et $\omega = xdy$, alors $\int_{\gamma} \omega = 0$.
- C Soit γ le cercle unité (dans le sens trigonométrique) et $\omega = M(x, y)dx + N(x, y)dy$ une forme différentielle définie et régulière sur le disque $B(0, 1)$, alors $\int_{\gamma} \omega = \iint_{B(0,1)} (\partial_x N - \partial_y M) dx dy$.
- D Soit γ un arc de cycloïde $((x(t), y(t)) = (Rt - R \sin t, R - R \cos t)$ pour $t \in [0, 2\pi]$, $R > 0$) et $\omega = M(x, y)dx + N(x, y)dy$ une forme exacte, alors $\int_{\gamma} \omega = \int_0^{2\pi R} M(t, 0) dt$.
- E Une forme exacte est fermée.
- F Une forme fermée est exacte.

Question 2 (5 pts) On considère la forme différentielle $\omega = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} dx + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} dy$ définie sur $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$. Soit γ un paramétrage du cercle unité dans le sens trigonométrique de classe \mathcal{C}^1 . Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

- A $\int_{\gamma} \omega = 2\pi$.
- B $\omega = dV$ avec $V(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$.
- C ω est fermée sur $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$.
- D $\int_{\gamma} \omega = 0$.

Question 3 (3 pts)

Soit γ un lacet orienté dans le sens trigonométrique. Parmi les calculs suivants, lesquels ont pour valeur l'aire située à l'intérieure de la région délimitée par γ ?

- A $\int_{\gamma} x dy$
- B $\int_{\gamma} y dx$
- C $\int_{\gamma} xy dx$
- D $\frac{1}{2} \int_{\gamma} (x dy - y dx)$

Question 4 (6 pts) On considère l'équation différentielle (E) : $x' - 3tx^2 = 0$. Parmi les assertions suivantes, cocher celles qui sont vraies.

- A Si $x(0) > 0$, la solution est forcément définie sur \mathbb{R} .
- B Si $x(0) < 0$, la solution est forcément définie sur \mathbb{R} .
- C Il n'existe qu'une seule solution stationnaire globale.
- D Il existe une unique fonction x solution de (E) sur un intervalle ouvert contenant 0 et vérifiant $x(0) = 1$.