

Plan 12 semaines dont 11 utilisables, 1 pour les exposés (8*1/2h).

1. Cours Diaporama + Croissance linéaire/exponentielle, modèle logistique. Prise en main Xcas. Energie : Calcul unités. Tableur.
2. Ellipse, excentricité, équation différentielle résoluble. Equation du temps, théorème du point fixe, méthode de Newton.
3. Calcul insolation. Intégration approchée. Cadran solaire.
4. Théorie de Milankovitch. DFT, FFT, lien avec l'intégration numérique et les séries de Fourier. Etude de signal.
5. Statistiques à 1 et 2 variables. T, corrélation CO₂/T, glace, courbes d'écrémage, régression logistique... ? Stats inférentielles.
6. Energies fossiles et renouvelables, peak oil, énergie de flux. Rendements. Solaire thermique, parabole.
7. Systemes différentiels. Sensibilité climatique, scénarios CO₂, modèles simples CO₂/T, CO₂/glace/T...
8. Nucléaire. Décroissance exponentielle. Surrégénération et déploiement. Eolien. Etudes de cout.
9. Scénarios énergétiques et scénarios d'émissions de CO₂. Conséquences climatiques.
10. Modèles globaux. Equations différentielles et EDP numériques.

www-fourier.ujf-grenoble.fr/~parisse/climat.html

1 Croissances, unités

Exercice 1. Calculer l'équivalent carbone (C) d'une tonne de CO₂ (on donne C=12, O=16). On donne l'équivalent carbone moyen d'une tep de pétrole (0.86 tonnes), d'une tep de gaz (0.65 tonnes), d'une tep de charbon (1.12 tonnes). Faire une fonction Xcas ayant 3 arguments et calculant les émissions de CO₂ correspondantes.

Exercice 2. Illustrer le malthusianisme au tableur (croissance linéaire des ressources, croissance géométrique de la population +3%, données initiales ressources=consommation*1.5, croissances égales la 1ère année avec constitution de stock). Peut-on résoudre exactement l'équation n -ième terme d'une suite arithmétique = n -ième terme d'une suite géométrique ? Écrire un programme permettant de faire ce calcul.

Exercice 3. On suppose que la croissance de la consommation mondiale d'énergie est de $x\%$ par an. Combien d'années faut-il pour réaliser un doublement, un quadruplement de cette consommation ? Application au cas où x vaut 2% ou 4%. Comparer avec une croissance linéaire, l'augmentation de consommation restant constamment égale à $x\%$ de celle de la consommation de l'an 2010. Les objectifs des 27 sont de réduire d'un facteur 4 les émissions de CO₂ d'ici 2050, à quel pourcentage annuel moyen cela correspond-il ?

Exercice 4. Calculer les émissions annuelles de CO₂ correspondant à une croissance de $x\%$ par an de la consommation de combustibles fossiles à partir de la consommation 2009 (application à $x = 1$ et $x = 2$). En supposant que la moitié reste dans l'atmosphère, en déduire la valeur de la concentration en CO₂ en 2100 selon ce modèle. Faites le même calcul en supposant plutôt que la nature absorbe chaque année 0.02 fois la différence entre le taux de CO₂ moyen de l'année et 280 ppm.

Exercice 5. On suppose que la quantité de pétrole récupérable P est fixée (indépendamment des conditions économiques et technologiques). On suppose que la consommation augmente de 2% par an à partir de la consommation de l'an 2000, atteint un maximum où elle reste constante pendant 10 ans, puis décroît de 2% par an. Calculer en fonction de P la période de 10 ans où le maximum se produit, faites l'application numérique pour $P = 2e12$ barils, puis $P = 3e12$, $P = 4e12$ et $P = 5e12$ barils.

Exercice 6. Calculer la valeur du ratio R/P dans le modèle logistique à partir du maximum de production, comparer la valeur au maximum et la valeur asymptotique.

Exercice 7. La moyenne globale de l'hémisphère Nord varie de 14 degrés entre maxi et mini, celle de l'hémisphère Sud de 7 degrés. Estimer la surface des continents et des océans sur chaque hémisphère, puis la différence de sensibilité à un forçage variant avec une période de 1 an entre les océans et les continents.

Exercice 8. Calculer la surface de la Terre (périmètre $40e6$ km). En déduire le poids de l'atmosphère (pression atmosphérique normale=10 mètre d'eau), 1 litre d'eau pèse 1 kg. Puis la masse d'1 ppm (partie par million en volume) de CO₂ (C=12, O=16, N=14, on assimilera l'air à 80% d'N₂ et 20% de CO₂). Même question pour le méthane (CH₄, H=1).

Exercice 9. Calculer la température d'un corps noir occupant la position orbitale de la Terre, selon les lois, puissance reçue par m^2 perpendiculaire au Soleil = $P = 1364W/m^2$, et la puissance émise par m^2 vaut σT^4 (T température absolue). Que se passe-t-il pour T si on augmente P de 1% ?

Exercice 10. Déterminer le nombre de kWh produit par Terrien et par an par l'énergie hydraulique en 2009. Comparer avec le nombre de kWh nécessaire pour prendre une douche quotidienne, en supposant qu'il faut réchauffer 40 litres de 10 à 40 degrés Celsius, et que chauffer 1 litre de 1 degré nécessite 1_kcal. Comparer avec la quantité de pétrole puis d'énergie fossiles moyenne consommée par un Terrien.

2 Orbite de la Terre, ellipse, ...

Exercice 11. Tracer une ellipse d'excentricité donnée, en faisant apparaître sur la figure les 2 foyers. On utilisera successivement la représentation paramétrique, polaire et l'instruction ellipse. Placer un point mobile sur l'ellipse, déplacer le point en faisant apparaître l'inverse de la distance au carré (on pourra créer une animation). Construire ensuite la figure pour la faire dépendre du paramètre excentricité.

Exercice 12. Montrer que la tangente à l'orbite terrestre est la bissectrice extérieure issue du Soleil et de l'autre foyer de l'ellipse. Représenter graphiquement l'ellipse, un point mobile et la tangente. Quand s'éloigne-t-on du Soleil et quand s'en rapproche-t-on ? Calculer la vitesse de la Terre sur son orbite, quand est-elle minimale, maximale ?

Exercice 13. Déterminer la position de la Terre sur son orbite aujourd'hui, par la méthode de point fixe et par la méthode de Newton, (en écrivant un algorithme et au tableur). Comparer avec le résultat de la fonction `fsolve`.

Exercice 14. Calculer la durée des saisons sur la Terre aujourd'hui (excentricité 0.0167, passage au périhélie le 4 janvier). Faites le même calcul en supposant l'excentricité maximale (0.07) avec un passage au périhélie au solstice d'été, d'hiver et aux équinoxes. Calculer la puissance reçue perpendiculairement au Soleil aux solstices et aux équinoxes dans les 4 configurations de précession et les 2 valeurs d'excentricité. Comparer avec Mars.

Exercice 15. On admet que le demi-grand axe de l'ellipse de l'orbite terrestre ne change pas au cours du temps (contrairement à l'excentricité, la précession et l'obliquité). Calculer l'énergie moyenne reçue par la planète pendant une année en fonction de l'excentricité. Quelle conséquence le passage de $e = 0$ à $e = 0.07$ a-t-elle sur cette énergie moyenne ?

3 Calcul de l'insolation

Exercice 16. Écrire en utilisant une seule ligne trigonométrique $\cos(x) + 2 \sin(x)$ puis résoudre l'équation $\cos(x) + 2 \sin(x) = 1$.

Exercice 17. Calculer la durée du jour aux solstices et aux équinoxes à notre latitude, à 30 et 60 degré Nord et Sud. Faire une représentation graphique dépendant de deux paramètres (latitude, jour de l'année).

Exercice 18. Faire une figure 3-d représentant l'orbite de la Terre (approximée par un cercle), la Terre et son axe de rotation, le cercle décrit par un point de la surface pendant 24h et le plan perpendiculaire à l'axe Soleil-centre de la Terre. Illustrer la durée du jour selon la latitude et la saison.

Exercice 19. Calculer l'énergie reçue au sol pendant une journée aux solstices et aux équinoxes à notre latitude, à 30 et 60 degré Nord et Sud en supposant l'orbite de la Terre circulaire. Comment peut-on calculer l'énergie moyenne reçue pendant l'année ? Écrire un programme pour faire le calcul.

Exercice 20. Quelles modifications faut-il apporter au calcul précédent pour tenir compte de l'ellipticité de l'orbite ? Faire le calcul pour $e = 0.0167$ et $e = 0.07$.

Exercice 21. Calculer le décalage du midi solaire par rapport au midi solaire moyen (dans l'approximation d'une orbite circulaire ou/et en tenant compte de l'excentricité). Expliquez pourquoi on fête la fête des lumières le 8 décembre et non au solstice d'hiver et les feux de la Saint Jean un peu après le solstice d'été et non au solstice d'été.

Exercice 22. Calculer l'énergie reçue par un panneau solaire de 1 m^2 placé sur un toit orienté au Sud, selon l'inclinaison du toit un jour de beau temps. Puis calculer l'énergie reçue sur une journée complète.

Exercice 23. Faire une figure représentant l'angle du Soleil avec l'horizontale au cours d'une journée au solstice d'hiver et au solstice d'été.

Exercice 24. Rétroaction de la glace. Calculer l'effet sur le bilan énergétique global de la présence de glace ou de neige aux latitudes supérieures à 60 degré Nord au solstice d'été, d'hiver et aux équinoxes. Estimer l'effet moyen sur le bilan énergétique global de la disparition de la banquise arctique.

Exercice 25. Montrer que l'énergie moyenne reçue par un point de la Terre en un an dépend de la latitude mais pas de l'hémisphère, même en tenant compte de l'excentricité.

4 Milankovitch

Exercice 26. Représenter la somme de 3 sinus de période 21, 40 et 100 (milliers d'années) pour quelques valeurs de l'amplitude.

Exercice 27. Décomposer en séries de Fourier un signal périodique en utilisant la méthode des trapèzes pour calculer les coefficients. Comparer avec la décomposition en exponentielles obtenue par l'instruction `fft`.

Exercice 28. Faites le même calcul en utilisant une interpolation linéaire pour un enregistrement dont l'échantillonnage n'est pas régulier.

Exercice 29. Calculer la transformée de Fourier discrète pour un carottage avec une périodicité globale plusieurs centaines de milliers d'années environ sur la température ou les autres valeurs enregistrées.

Exercice 30. Tester si cela a un sens d'utiliser une interpolation polynomiale au lieu de linéaire par morceaux pour calculer des transformée de Fourier discrète ou continue.

5 Statistiques

Exercice 31. Représenter graphiquement l'histogramme des températures moyennes 1970-2010. Représenter la série temporelle des températures et faire le calcul de la tendance linéaire. Représenter graphiquement l'histogramme de la température dont on a retiré la tendance linéaire. Discuter l'intérêt d'utiliser une interpolation polynomiale de degré > 1 .

Exercice 32. Représenter la série temporelle des températures après moyenne sur 11 ans (durée approximative d'un cycle solaire). Peut-on corrélérer l'activité solaire et la série des températures sur les 60 dernières années ? Peut-on faire apparaître une composante cyclique dans la température des 130 dernières années ?

Exercice 33. Calculer l'auto-corrélation de la série temporelle des températures pour un écart de 1, 2, 3, 7, 14, 21 jours. Peut-on dire que la moyenne mensuelle des températures s'approche de la loi normale ? Même question pour la moyenne des moyennes mensuelles sur 30 ans. Que peut-on dire de la taille de l'intervalle de confiance pour la moyenne du globe sur 1980-2010 ?

Exercice 34. Calculer l'auto-corrélation de la série des températures de 2 lieux situés à une centaine de kilomètres, à un millier de kilomètres. La règle d'interpolation utilisée par GISSTEMP pour calculer la température moyenne globale de la Terre paraît-elle raisonnable ?

Exercice 35. Représenter la série statistique CO₂, T pour un carottage et calculer la régression linéaire. Que peut-on dire de la qualité de la régression ?

Exercice 36. Peut-on faire une régression "hyperbolique" de bonne qualité entre le nombre de forages et les réserves de pétrole découvertes ?

Exercice 37. Peut-on faire un test pour décider si la température mensuelle moyenne globale s'est réchauffée ou est restée constante entre les périodes 1950-1980 et 1980-2010 ?

Exercice 38. Simuler la température d'un lieu par une loi normale, puis observer les apparitions de record absolu. Faire la même chose pour la superposition d'une loi normale et d'une tendance linéaire.

Exercice 39. Comment peut-on calculer la température moyenne du globe par une méthode d'intégration ?

6 Energies fossiles vs renouvelables

Exercice 40. Faire une régression logistique pour modéliser la production de pétrole, charbon et gaz naturel puis modéliser les émissions de CO₂. Discuter la qualité de la régression et la sensibilité aux données initiales.

Exercice 41. Même question avec une gaussienne.

Exercice 42. Modéliser les exportations des pays producteurs en supposant une production constante jusqu'en 2030 et une croissance géométrique de la consommation intérieure à cette date.

Exercice 43. Modélisation des gisements. On suppose qu'on a un quadrillage $n \times n$ (avec n grand, par exemple $n = 1000$). On suppose que 1% du quadrillage est composé de cases appartenant à un gisement (donc si $n = 1000$, on aura 10 000 cases pétrole et le reste vide). On génère aléatoirement un gisement de la manière suivante : on tire une case au hasard, si elle n'est pas contiguë à un gisement, on prend les 8 cases contiguës les plus proches (à distance 1 ou $\sqrt{2}$), et on décide avec probabilité 1/2 si elles appartiennent ou non au gisement, de même pour les 16 cases à distance 2 avec probabilité 1/4. Puis on passe au gisement suivant jusqu'à avoir épuisé toutes les cases gisements. Ecrire un algorithme pour simuler ce tirage puis dresser un histogramme du

nombre de gisements en fonction de la surface des gisements. Faire un algorithme de recherche de gisements aléatoire, mais qui teste systématiquement les cases à distance 1 et 2 lorsqu'une case gisement a été découverte. Dresser un histogramme des découvertes cumulées en fonction du nombre de cases testées.

Exercice 44. Illustrer la propriété du foyer d'une parabole.

Exercice 45. On suppose que l'on dispose de 30 parcs éoliens interconnectés décorrélés de même loi. Que peut-on dire de la loi suivie par la moyenne de production de tous ces parcs ? On suppose que deux parcs sont décorrélés si la distance entre eux est supérieure à 700km, les hypothèses semblent-elles raisonnables à l'échelle de la France ? de l'Europe ?

Exercice 46. Calculer le rendement d'une installation solaire thermique en supposant une insolation indépendante de la saison de 50% sur une journée. Faire le même calcul sur l'ensemble de la saison de chauffe. Quel est l'angle de toit optimal pour obtenir le rendement maximum ?

Exercice 47. Etudier la corrélation entre la production de l'énergie éolienne et solaire photovoltaïque en fonction de la saison. Etudier la corrélation entre l'énergie solaire photovoltaïque et la consommation d'électricité (hors chauffage et eau chaude sanitaire), en fonction du moment du jour. Même question pour l'énergie solaire thermique électrique (on supposera une inertie de 6h, c'est-à-dire que le système renvoie la moyenne de l'énergie incidente pendant les 6 dernières heures). Modéliser combien de TWh d'énergie renouvelable annuels on peut espérer produire en France en combinant solaire photovoltaïque/thermique, énergie éolienne (facteur de charge 1/4) et hydraulique (avec pompage). Comparer avec la consommation française. Discuter en fonction de la possibilité d'utiliser les batteries d'un parc de voitures électriques pour stocker l'électricité.

Exercice 48. Comparer le coût du kWh renouvelable (éolien et solaire) en fonction du taux d'actualisation choisi (on supposera par exemple que le coût de maintenance de l'installation est 2% du coût de construction, et que le coût hors actualisation de l'éolien est de 3 centimes du kWh).

Exercice 49. Montrer que la seule courbe du plan qui permet de focaliser en un point par réflexion les rayons solaires est la parabole. Quels sont les avantages et les inconvénients d'utiliser un miroir parabolique à symétrie sphérique ou un cylindre parabolique ?

Exercice 50. Comment doit-on ajuster des miroirs situés sur l'horizontale dans le plan pour focaliser les rayons réfléchis en un point ? Quel est le rendement de l'installation en fonction de l'angle formé par les rayons solaires avec l'horizontale ?

7 Modèles linéaires

Exercice 51. Comparer l'effet d'un forçage périodique et d'un forçage constant pour une équation différentielle linéaire en fonction du temps caractéristique. Forçage linéaire.

Exercice 52. Position d'équilibre stable/instable (à 1 variable). Changement d'état.

Exercice 53. Système différentiel linéaire. Stabilité. Rétroaction. Cas CO₂/T. CO₂/T/glace. Prix pétrole/consommation/produit.

Exercice 54. Forçage constant, linéaire, périodique sur un système différentiel.