

MAT127 (Licence, 2005/2006)
“INTRODUCTION AUX SYSTÈMES DYNAMIQUES ET À LA MODÉLISATION”
Alexei PANTCHICHKINE, Emmanuel AUCLAIR

Feuille de TD N° 9
TD de la semaine du 3 avril au 7 avril 2006

I) Systèmes différentiels linéaires

1. a) Trouver les valeurs propres et les vecteurs propres de

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Résoudre le problème de Cauchy

$$\begin{cases} x' = 2x + y \\ y' = x + 2y \end{cases} ; x(0) = a, y(0) = b.$$

3. Tracer les graphes de $x(t)$ et de $y(t)$ pour $a = 1$ et $b = 0$.
4. Tracer la courbe paramétrée $t \rightarrow (x(t), y(t))$.

II)

1. a) Trouver les valeurs propres et les vecteurs propres de

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}.$$

2. Résoudre le problème de Cauchy

$$\begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = 4x - 3y \end{cases} ; x(0) = a, y(0) = b.$$

3. Tracer les graphes de $x(t)$ et de $y(t)$ pour $a = 4$ et $b = 0$.
4. Tracer la courbe paramétrée $t \rightarrow (x(t), y(t))$.

III)

1. a) Trouver les valeurs propres et les vecteurs propres de

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Résoudre le problème de Cauchy

$$\begin{cases} x' = x - y \\ y' = 2x - y \end{cases} ; x(0) = a, y(0) = b.$$

3. Tracer les graphes de $x(t)$ et de $y(t)$ pour $a = 1$ et $b = 1$.

4. Tracer la courbe paramétrée $t \rightarrow (x(t), y(t))$.

Références bibliographiques :

Les exercices de cette feuille sont principalement tirés de [YCV], p. 38. On y trouvera sans peine d'autres exercices tout aussi pertinents pour approfondir sa connaissance du sujet.