

MAT127 (Licence, 2005/2006)
“INTRODUCTION AUX SYSTÈMES DYNAMIQUES ET À LA MODÉLISATION”
Alexei PANTCHICHKINE, Emmanuel AUCLAIR

Feuille de TD N° 5
TD de la semaine du 20 février au 24 février 2006

I) Équations différentielles à variables séparées : résoudre les équations différentielles suivantes

(1) $(t + 1)y' + ty = 1$; $y(0) = 1$.

(2) $(t^2 - 1)y' + 2ty^2 = 0$; $y(1.1) = 1$.

(3) $2t^2yy' + y^2 = 2$; $y(1) = 1$.

(4) $yy' + t = 1$ (trouver la solution générale).

(5) $y' = \cos(y - t)$; $y(1) = 1$.

II) Un réservoir contient une solution de 100 litres d'eau mélangée à 10 kg de sel. L'eau coule dans le réservoir, se mélange à la solution et sort à la même vitesse de 5 litres à la minute. Déterminer la quantité de sel que contiendra le réservoir au bout d'une heure.

III) Un parachutiste a sauté d'une hauteur de 1.5 km et n'a ouvert son parachute qu'à 0.5 km du sol. Calculer la durée de sa chute avant l'ouverture du parachute. On sait que la vitesse maximale de chute de l'homme en l'air de densité normale est de 50m/s. On négligera la variation de la densité avec la hauteur. La résistance de l'air est proportionnelle au carré de la vitesse.

IV) (a) Trouver une équation différentielle logistique satisfaite par la fonction

$$y(t) = \frac{2}{3 + 4 \exp(-5t)}.$$

- (b) En utilisant l'équation différentielle, trouver les points d'inflexion de la courbe $y = y(t)$.
(c) Tracer la solution sur \mathbb{R} .

Références bibliographiques :

Quelques exercices de cette feuille sont tirés de [Philip]. On y trouvera sans peine d'autres exercices tout aussi pertinents pour approfondir sa connaissance du sujet.