

Préparation à l'agrégation interne de mathématiques

Jean-Marie Monier

pour mercredi 14 novembre 2007

Exercices de révision

Thème : Équations différentielles

1 Résoudre l'équation différentielle

$$(e) \quad (x^2 - 1)y' - 2y = (x - 1)^2,$$

d'inconnue $y : I \longrightarrow \mathbb{R}$ sur tout intervalle ouvert I de \mathbb{R} .

2 Trouver toutes les applications $f :]-1; 1[\longrightarrow \mathbb{R}$ dérivables telles que :

$$\forall x \in]-1; 1[, \quad f'(x)f(-x) = \frac{1}{1-x^2}.$$

3 Résoudre le système différentiel :

$$(S) \quad \begin{cases} x' = -3x + 2y + 2z + 1 \\ y' = -2x + y + 2z + \sin t \\ z' = -2x + 2y + z + \cos t \end{cases}$$

où t est la variable, $t \in \mathbb{R}$, et $x, y, z : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ les fonctions inconnues.

4 Résoudre l'équation différentielle :

$$(E) \quad (1 - x^2)y'' - 2xy' + 2y = 2,$$

d'inconnue $y :]0; 1[\longrightarrow \mathbb{R}$ supposée deux fois dérivable.

5 Résoudre (C) $\begin{cases} y' = y^2 \cos x \\ y(0) = \frac{1}{3} \end{cases}$ d'inconnue $y : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dérivable.
