

Exercice 1 Soit Q la proposition " $\forall y \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, x^2 < y + 1$."

1. Est-ce que Q est vraie ? Si c'est le cas, on en donnera une démonstration. Si ça n'est pas le cas, on expliquera pourquoi.

Q est fausse : Soit $y = -1$. Alors $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0 = y + 1$.

2. Écrire la négation de Q .

$\exists y \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq y + 1$.

Exercice 2 Une vache broute 40 kg d'herbe dans un champ par jour.

1. On la change de champ. Elle broute 20% de plus d'herbe. Combien d'herbe broute-t-elle alors ?

Elle broute alors $40 + 0,2 \times 40 = 48$ kg.

2. On la remet dans le champ où elle broute de nouveau 40 kg. Par rapport au champ précédent, de quel pourcentage a-t-elle réduit sa consommation d'herbe ? On pourra utiliser $\frac{1}{6} \approx 0,17$.

Soit x le taux de réduction. On a
 $40 = 48 - x \times 48 \Leftrightarrow 1 - x = \frac{40}{48} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow x = \frac{1}{6} = 17\%$.

3. Un cheval broute quant à lui x kg par jour dans son champ. Quand on le change de champ, sa consommation chute de 20%. Il consomme alors 32 kg. Que vaut x ?

$32 = x - 0,2x \Leftrightarrow x = \frac{32}{0,8} = 40$ kg.

Exercice 3 1. Soit $-10 \leq x \leq 5$. Donner un encadrement de x^2 . Quel est le meilleur encadrement possible ?

Si $-10 \leq x \leq 0$, on a $0 \leq x^2 \leq 100$. Sinon $0 \leq x^2 \leq 25$.
 Donc $0 \leq x^2 \leq 100$ et $0^2 = 0$ ($(-10)^2 = 100$) donc l'encadrement est optimal.

2. Soit $1 \leq x \leq 2$ et $3 \leq y \leq 5$ Donner un encadrement de $x^2 - y$.

On a $1 \leq x^2 \leq 4$ et $-5 \leq -y \leq -3$ donc

$$-4 \leq x^2 - y \leq 1.$$

Université Grenoble Alpes - MAT103 - Test 1 B
10 octobre 2022- Durée : 15mn
Sans calculatrice, ni document.

Exercice 1 Soit Q la proposition " $\exists y \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq y + 1$."

1. Est-ce que Q est vraie ? Si c'est le cas, on en donnera une démonstration. Si ça n'est pas le cas, on expliquera pourquoi.

2 Φ est fausse car si un tel y existe $(\sqrt{2+|y|})^2 = 2+|y| > 1+|y| \geq 1+y$ donc $x = \sqrt{2+|y|}$ contredit Φ .

2. Écrire la négation de Q .

1 $\forall y \in \mathbb{R}, \exists x \in \mathbb{R}, x^2 > y + 1$.

Exercice 2 Une vache broute 60 kg d'herbe dans un champ par jour.

1. On la change de champ. Elle broute 30% de plus d'herbe. Combien d'herbe broute-t-elle alors ?

1 Elle broute alors $60 + 0,3 \times 60 = 78$ kg.

2. On la remet dans le champ où elle broute de nouveau 60 kg. Par rapport au champ précédent, de quel pourcentage a-t-elle réduit sa consommation d'herbe ? On pourra utiliser $\frac{1}{1,3} \approx 0,77$. Soit x la proportion de réduction. Alors

2 $60 = 78 - \frac{x}{100} \times 78$. Don $1 - \frac{x}{100} = \frac{60}{78} \Leftrightarrow \frac{x}{100} = \frac{18}{78} = \frac{3}{13}$. $1 - \frac{x}{100} = \frac{1}{1,3} \approx 0,77$
Don $x \approx 0,23$ et 23%.

3. Un cheval broute quant à lui x kg par jour dans son champ. Quand on le change de champ, sa consommation chute de 30%. Il consomme alors 28 kg. Que vaut x ?

1 $28 = x - 0,3x \Leftrightarrow x \times 0,7 = 28 \Leftrightarrow x = \frac{28}{0,7} = 40$ kg.

Exercice 3 1. Soit $-5 \leq x \leq 4$. Donner un encadrement de x^2 . Quel est le meilleur encadrement possible ?

2 Si $x \in [-5, 0]$ alors $x^2 \in [0, 25]$. Si $x \in [0, 4]$, $x^2 \in [0, 16]$.
Don $x^2 \in [0, 25]$. Si $x = 0$ ou -5 , $x^2 = 0$ ou 25 et $-5 \leq x \leq 4$. Donc c'est le meilleur encadrement.

2. Soit $1 \leq x \leq 2$ et $3 \leq y \leq 5$ Donner un encadrement de $y^2 - x$.

2 $9 \leq y^2 \leq 25$ car $3, 5 > 0$. $-2 \leq -x \leq -1$ En sommant,
 $7 \leq y^2 - x \leq 24$