



CRÉATURES MATHAQUATIQUES

Damien Gayet
Université de Grenoble

Remise du Prix Fermat 2013
Conseil Régional de Midi-Pyrénées

PROLOGUE

Monstres et prodiges





De pisce Episcopi habitu.



CAPUT XXI.



Histoire des poissons, Guillaume Rondelet, 1556

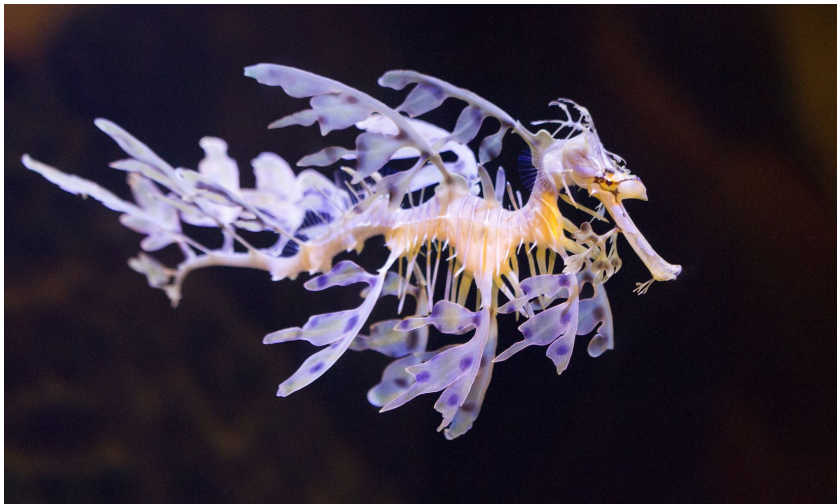


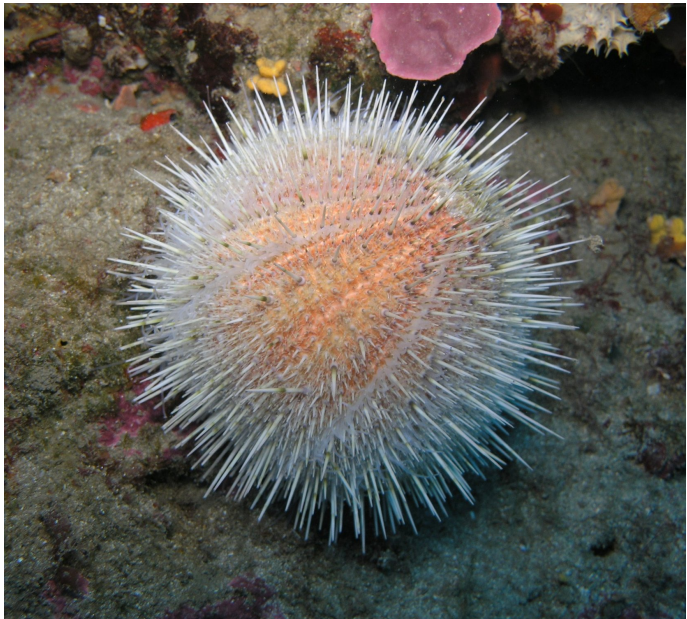
Caulophrynidae



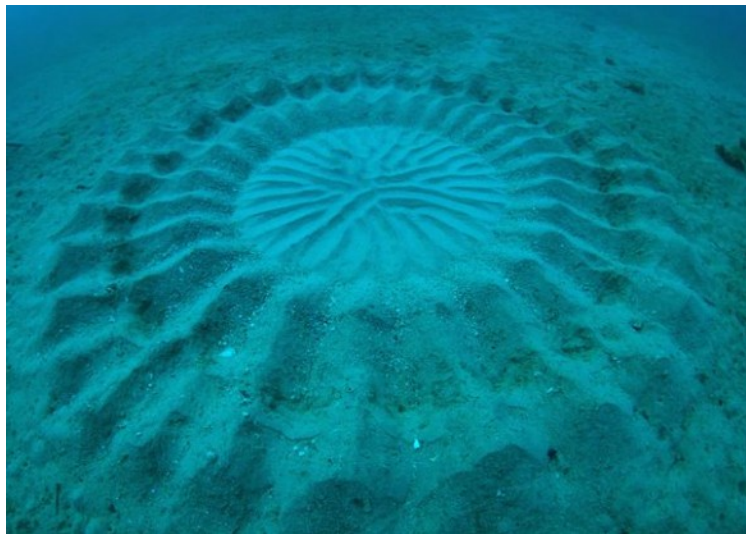
Blobfish (*Psychrolutes microporosus*)











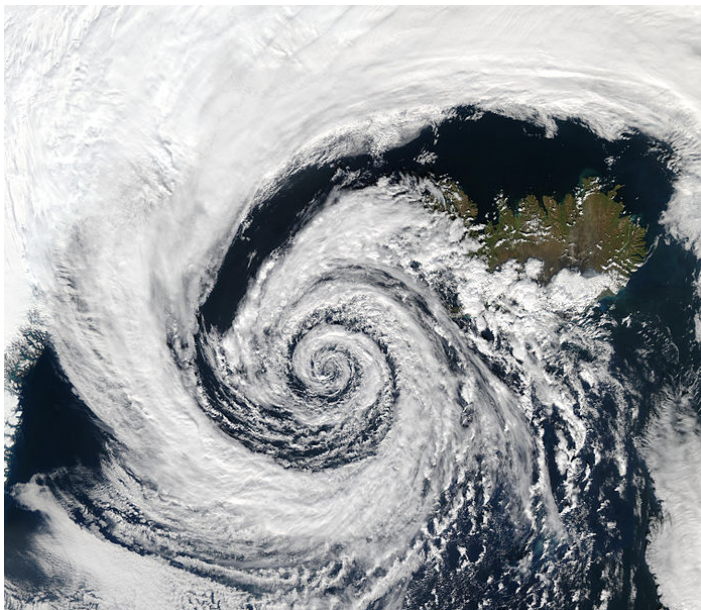


ACTE I

Les dessins de l'eau







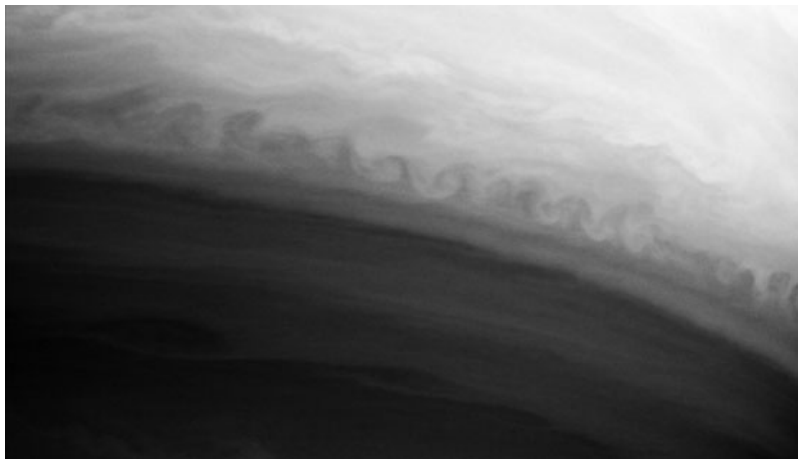


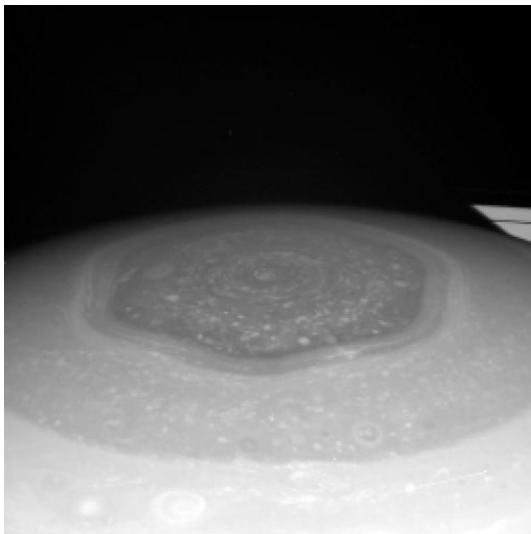
Turbulence

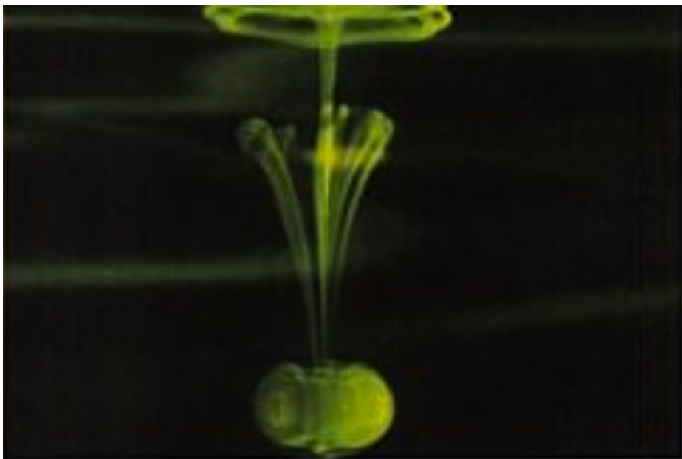
Film *Dauphin*

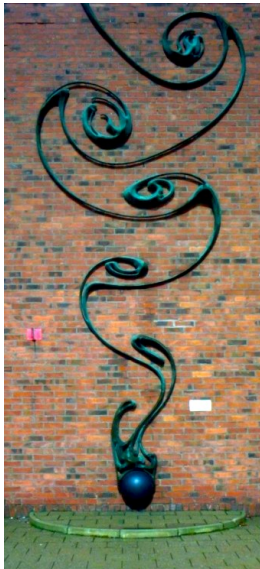


Instabilité de Kevin-Helmholtz

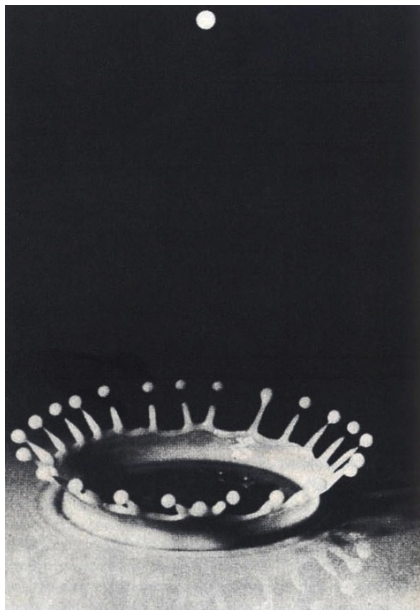








Olov Tällström

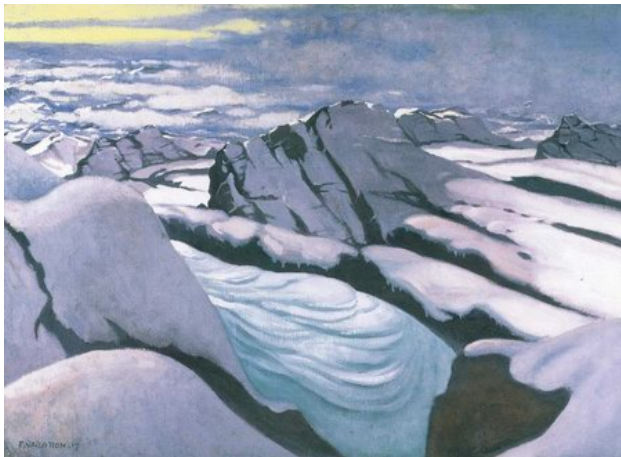




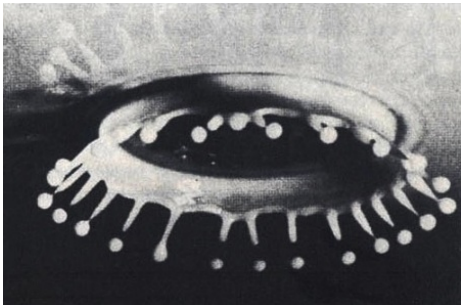
Effet Marangoni

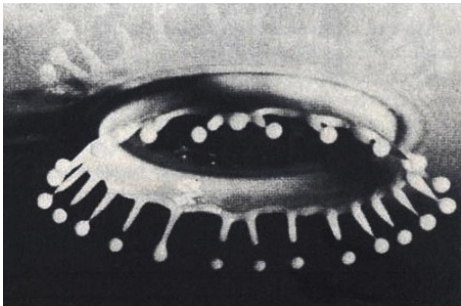
ACTE II

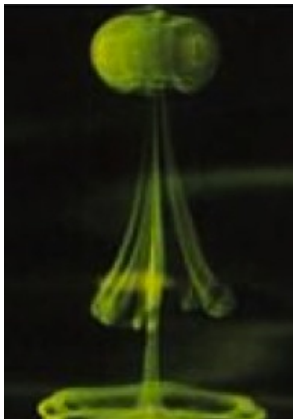
Étranges isomorphismes

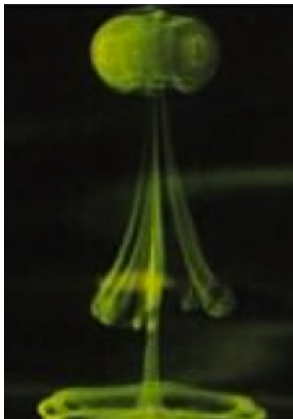


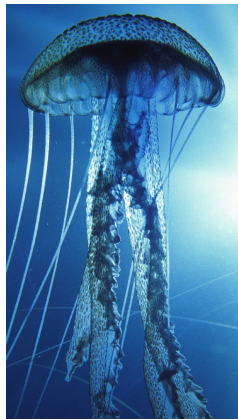
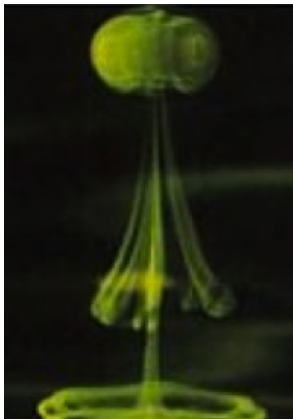
Film *Glacier du Mont Blanc*







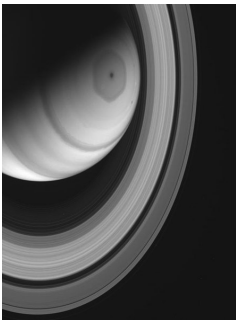


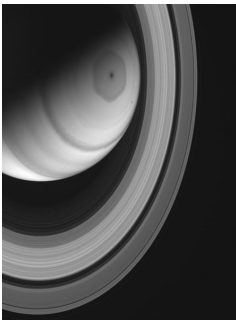


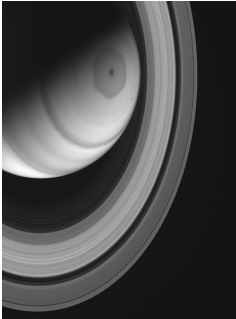












ACTE III

La maîtrise des eaux





Leonhard Euler (1707 Bâle - 1783 Saint Pétersbourg)



1757

XXI. Nous n'avons donc qu'à éгалer ces forces accélératrices avec les accélérations actuelles que nous venons de trouver, & nous obtiendrons les trois équations suivantes :

$$P - \frac{1}{q} \left(\frac{dp}{dx} \right) = \left(\frac{du}{dt} \right) + u \left(\frac{du}{dx} \right) + v \left(\frac{du}{dy} \right) + w \left(\frac{du}{dz} \right)$$

$$Q - \frac{1}{q} \left(\frac{dp}{dy} \right) = \left(\frac{dv}{dt} \right) + u \left(\frac{dv}{dx} \right) + v \left(\frac{dv}{dy} \right) + w \left(\frac{dv}{dz} \right)$$

$$R - \frac{1}{q} \left(\frac{dp}{dz} \right) = \left(\frac{dw}{dt} \right) + u \left(\frac{dw}{dx} \right) + v \left(\frac{dw}{dy} \right) + w \left(\frac{dw}{dz} \right)$$

- ▶ Une équation explique à une goutte d'eau ce qu'elle doit faire en fonction des gouttes voisines.

- ▶ Une équation explique à une goutte d'eau ce qu'elle doit faire en fonction des gouttes voisines.



- ▶ En faire surgir le comportement global est un défi à l'imagination et aux mathématiciens !



Richard Feynman (1918 - 1988)

Voici les vagues

Montagnes de molécules

Chacune poursuivant stupidement son business

Des trillions séparément

Pourtant formant la blanche écume à l'unisson.



La Vague, Katsushika Hokusai, 1823-29

- ▶ Trouver une équation est une chose...



Jean Le Rond d'Alembert (1717-1743)

Paradoxe proposé aux Géometres sur la Résistance des Fluides.

Paradoxe proposé aux Géometres sur la Résistance des Fluides.

17. Je ne vois donc pas , je l'avoue , comment on peut expliquer par la théorie, d'une maniere satisfaisante, la résistance des fluides. Il me paroît au contraire que cette théorie , traitée & approfondie avec toute la rigueur possible, donne, au moins en plusieurs cas , la résistance absolument nulle ; paradoxe singulier que je laisse à éclaircir aux Géometres.



ACTE IV

L'homme qui fit voler les oiseaux





Henri Navier
Dijon 1785 - Paris 1836

- ▶ 1785 : Fils d'un avocat au parlement de Bourgogne
- ▶ Orphelin à 9 ans
- ▶ Éduqué par son oncle Émiland Gauthey, ingénieur des ponts et chaussées
- ▶ 1802 : École Polytechnique...

- ▶ 1785 : Fils d'un avocat au parlement de Bourgogne
- ▶ Orphelin à 9 ans
- ▶ Éduqué par son oncle Émiland Gauthey, ingénieur des ponts et chaussées
- ▶ 1802 : École Polytechnique... 116 ème sur 117!

- ▶ 1785 : Fils d'un avocat au parlement de Bourgogne
- ▶ Orphelin à 9 ans
- ▶ Éduqué par son oncle Émiland Gauthey, ingénieur des ponts et chaussées
- ▶ 1802 : École Polytechnique... 116 ème sur 117!
- ▶ 1808 : Ingénieur des ponts et chaussées

- ▶ 1785 : Fils d'un avocat au parlement de Bourgogne
- ▶ Orphelin à 9 ans
- ▶ Éduqué par son oncle Émiland Gauthey, ingénieur des ponts et chaussées
- ▶ 1802 : École Polytechnique... 116 ème sur 117!
- ▶ 1808 : Ingénieur des ponts et chaussées
- ▶ 1822 : *Mémoire sur les lois de mouvement du fluide*

- ▶ 1785 : Fils d'un avocat au parlement de Bourgogne
- ▶ Orphelin à 9 ans
- ▶ Éduqué par son oncle Émiland Gauthey, ingénieur des ponts et chaussées
- ▶ 1802 : École Polytechnique... 116 ème sur 117!
- ▶ 1808 : Ingénieur des ponts et chaussées
- ▶ 1822 : *Mémoire sur les lois de mouvement du fluide*
- ▶ 1824 : Académicien

- ▶ 1785 : Fils d'un avocat au parlement de Bourgogne
- ▶ Orphelin à 9 ans
- ▶ Éduqué par son oncle Émiland Gauthey, ingénieur des ponts et chaussées
- ▶ 1802 : École Polytechnique... 116 ème sur 117!
- ▶ 1808 : Ingénieur des ponts et chaussées
- ▶ 1822 : *Mémoire sur les lois de mouvement du fluide*
- ▶ 1824 : Académicien
- ▶ Pionnier du calcul économique de l'utilité d'un équipement public

On voit donc en premier lieu que les équations indéfinies du mouvement du fluide deviendront respectivement



Les équations de Navier
(- Cauchy - Poisson - Saint-Venant) - Stokes

On voit donc en premier lieu que les équations indéfinies du mouvement du fluide deviendront respectivement

$$P - \frac{dp}{dx} = \rho \left(\frac{du}{dt} + u \frac{du}{dx} + v \frac{du}{dy} + w \frac{du}{dz} \right) - \varepsilon \left(\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{d^2 u}{dy^2} + \frac{d^2 u}{dz^2} \right),$$

$$Q - \frac{dp}{dy} = \rho \left(\frac{dv}{dt} + u \frac{dv}{dx} + v \frac{dv}{dy} + w \frac{dv}{dz} \right) - \varepsilon \left(\frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{d^2 v}{dy^2} + \frac{d^2 v}{dz^2} \right),$$

$$R - \frac{dp}{dz} = \rho \left(\frac{dw}{dt} + u \frac{dw}{dx} + v \frac{dw}{dy} + w \frac{dw}{dz} \right) - \varepsilon \left(\frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{d^2 w}{dy^2} + \frac{d^2 w}{dz^2} \right).$$

Les équations de Navier

(- Cauchy - Poisson - Saint-Venant) - Stokes

On voit donc en premier lieu que les équations indéfinies du mouvement du fluide deviendront respectivement



Les équations de Navier
(- Cauchy - Poisson - Saint-Venant) - Stokes



L'équation à un million !

PREMIÈRE PARTIE,

CONTENANT LES LEÇONS SUR LA RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX, ET SUR
L'ÉTABLISSEMENT DES CONSTRUCTIONS EN TERRE, EN MAÇONNERIE
ET EN CHARPENTE.

Fer rond, de l'Arrière, tel qu'il sort des grosses forges	3,69	21,49	48,25
<i>Idem</i>	2,99	21,51	27,5
Fer rond anglais, <i>idem</i>	2,93	23,52	18
Fer rond de l'Arrière, <i>idem</i>	2,92	26,82	10
Fer rond de Bilbao, très-doux	2,92	31,8	5

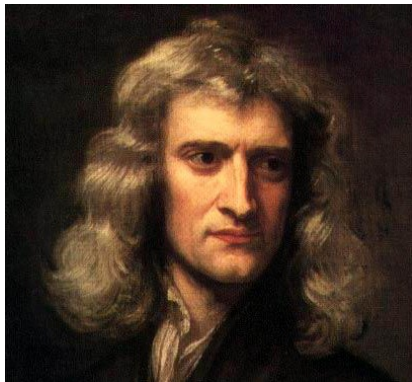
La nature du fluide

Nous considérons ici un fluide incompressible, et nous nous représentons ce corps comme un assemblage de points matériels, ou molécules, placées à des distances très-petites les unes des autres, et susceptibles de changer presque librement de position les unes par rapport aux autres.

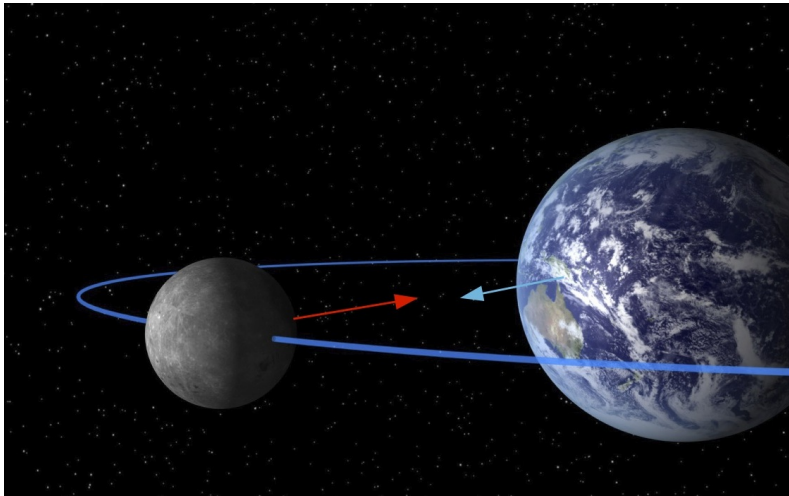
La nature du fluide

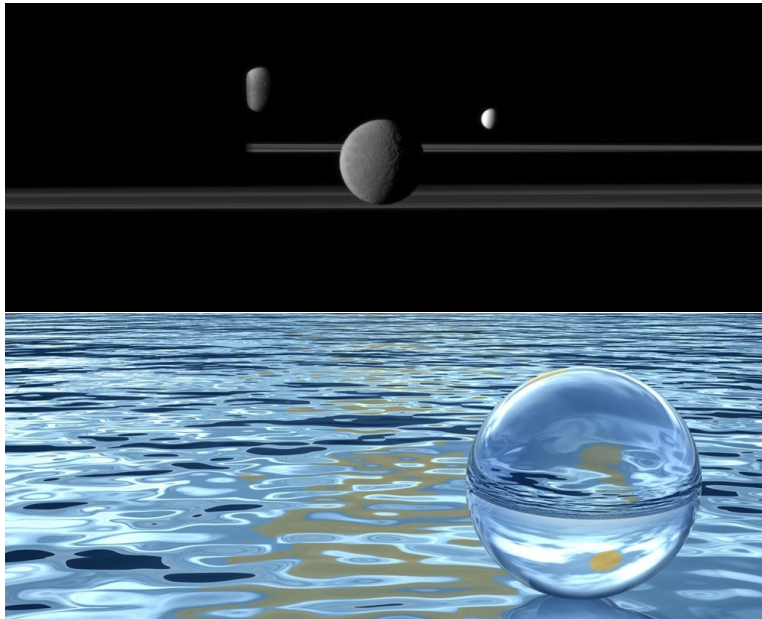
Nous considérons ici un fluide incompressible, et nous nous représentons ce corps comme un assemblage de points matériels, ou molécules, placées à des distances très-petites les unes des autres, et susceptibles de changer presque librement de position les unes par rapport aux autres.

Une pression est exercée sur la surface du fluide, et pénètre dans l'intérieur du corps. Elle tend à rapprocher les parties, qui résistent à cette action par des forces répulsives qui s'établissent entre les molécules voisines.



Isaac Newton (1643-1727)





Les inspirations de Navier

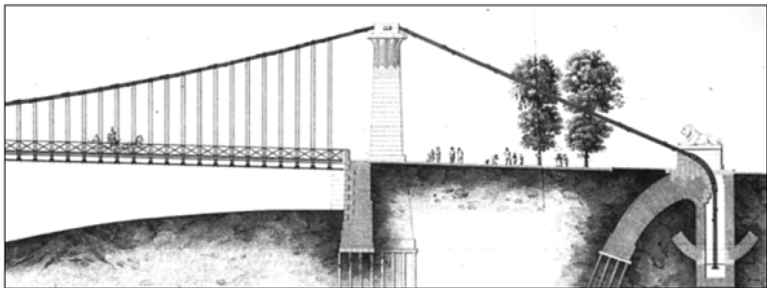
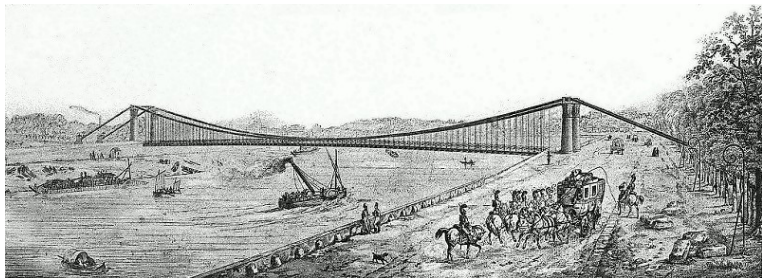
- ▶ Mécanique du solide (analogie physique)

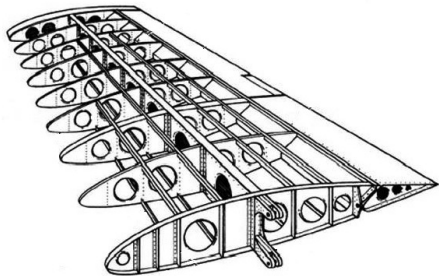
Les inspirations de Navier

- ▶ Mécanique du solide (analogie physique)
- ▶ Conception moléculaire de la matière (métaphysique)

Les inspirations de Navier

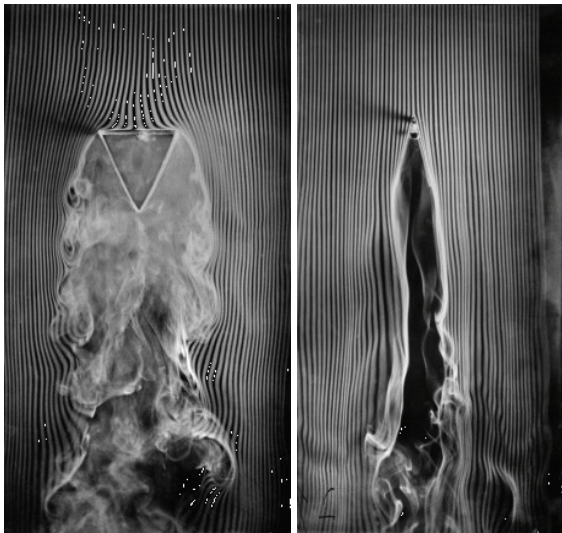
- ▶ Mécanique du solide (analogie physique)
- ▶ Conception moléculaire de la matière (métaphysique)
- ▶ Action à distance (ésotérisme)



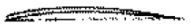


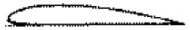

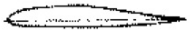
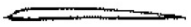
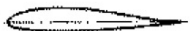

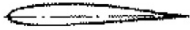
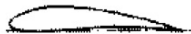
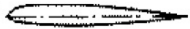
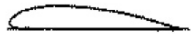
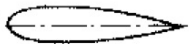






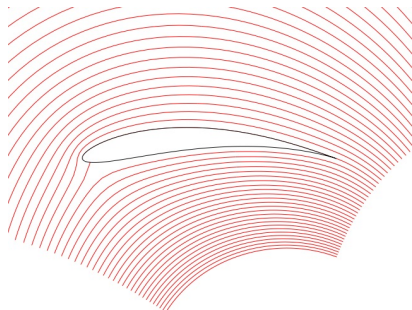
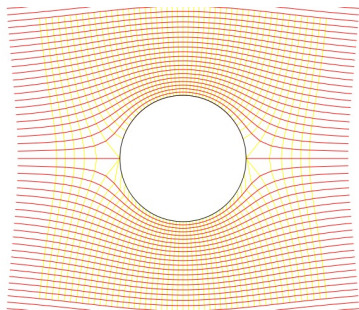


Étienne-Jules Marey, 1901

<i>Wright</i>	1908		<i>Göttingen 387</i>	1919	
<i>Bleriot</i>	1909		<i>Clark Y</i>	1922	
<i>R.A.F. 6</i>	1912		<i>M-6</i>	1926	
<i>R.A.F. 15</i>	1915		<i>R.A.F. 34</i>	1926	
<i>U.S.A. 27</i>	1919		<i>N.A.C.A 2412</i>	1933	
<i>Joukowski</i> <i>(Göttingen 430)</i>	1912		<i>N.A.C.A 23012</i>	1935	
<i>Göttingen 398</i>	1919		<i>N.A.C.A. 23021</i>	1935	



L'Institut central d'aérohydrodynamique





Louis-Augustin Cauchy (1789-1857)

ACTE V

Une Vénus géométrique





Théorème (Vladimir Scheffer 1993)

Il existe une solution aux équations d'Euler telle que

- ▶ *le fluide est parfaitement immobile pendant jusqu'à ce qu'il...*



Théorème (Vladimir Scheffer 1993)

Il existe une solution aux équations d'Euler telle que

- ▶ *le fluide est parfaitement immobile pendant jusqu'à ce qu'il...*
- ▶ *se mette à bouger dans tous les sens pendant quelques minutes...*



Théorème (Vladimir Scheffer 1993)

Il existe une solution aux équations d'Euler telle que

- ▶ *le fluide est parfaitement immobile pendant jusqu'à ce qu'il...*
- ▶ *se mette à bouger dans tous les sens pendant quelques minutes...*
- ▶ *puis s'arrête soudain !*





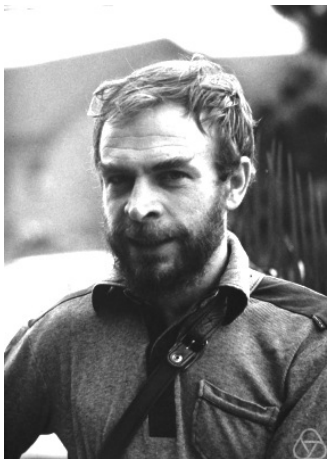


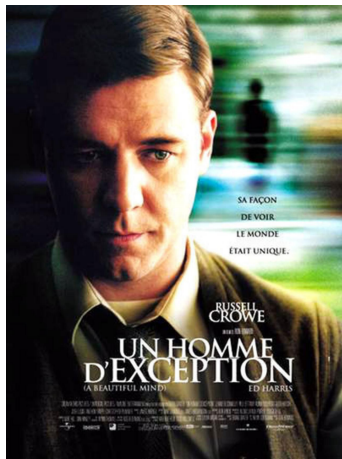
Camillo de Lellis et László Székelyhidi Jr.



*Le grand mérite de De Lellis et Székelyhidi est d'avoir réinterprété les solutions paradoxales en termes d'inclusion différentielle, faisant ainsi entrer ce sujet dans un cadre déjà bien exploré qui combine l'analyse oscillatoire de Tartar, **l'intégration convexe de Gromov** et les arguments de catégorie de Baire*

Cédric Villani, Bourbaki 2008

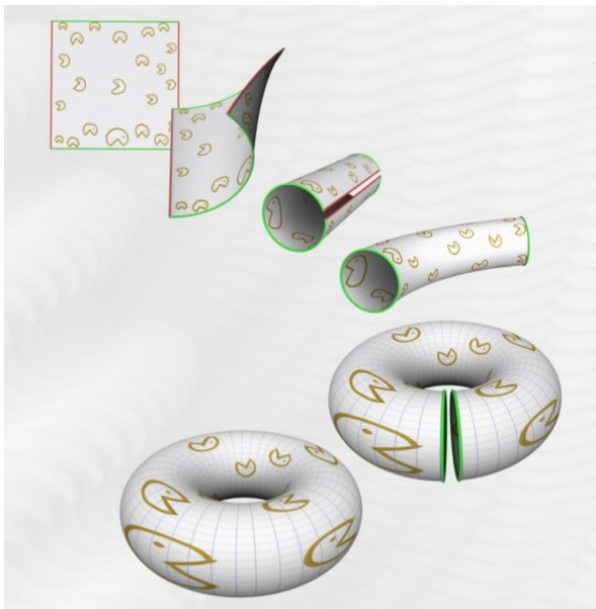


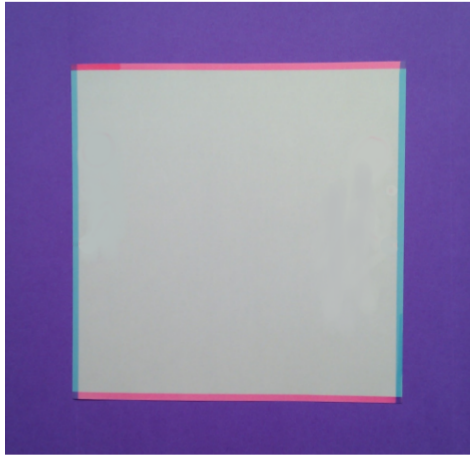


Mikhaïl Gromov et John Nash



John Nash aquatique

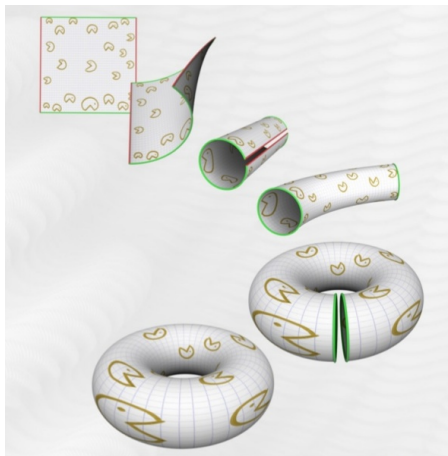






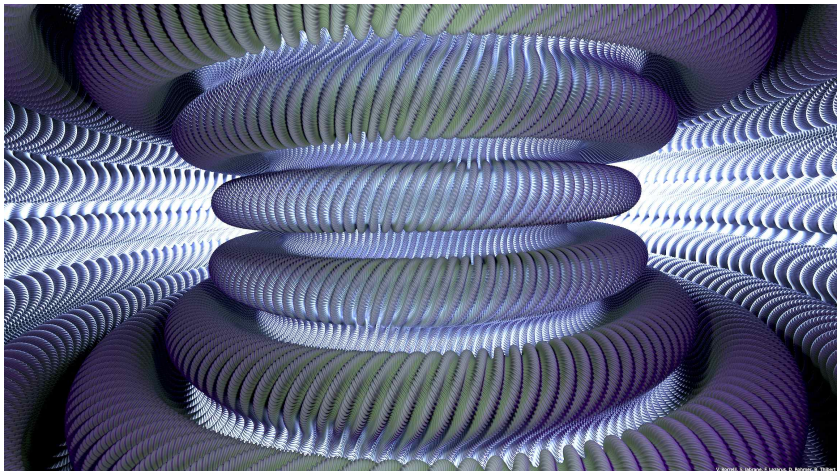




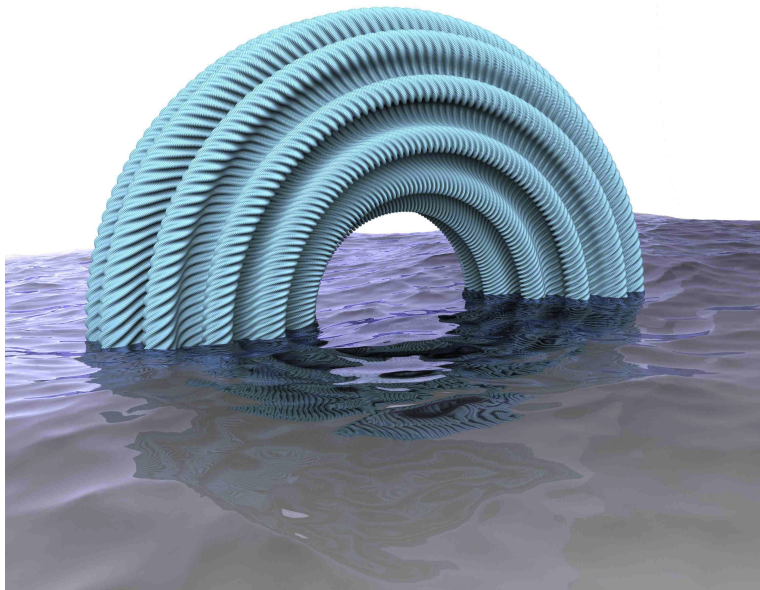


Théorème (John Nash 1954)

Il est possible de transformer une feuille de papier en tore sans la pincer

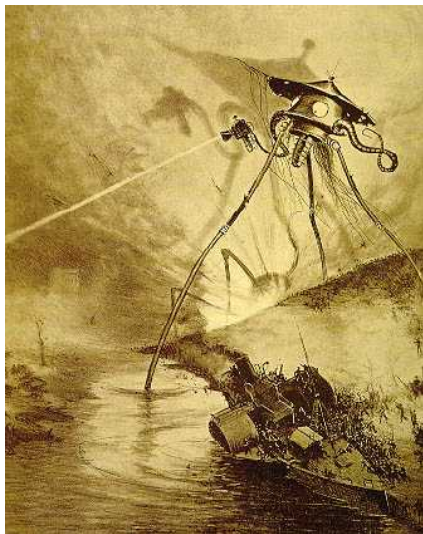


© 2000, S. Jérome, J. Lacroix, D. Auriant, K. Thoen

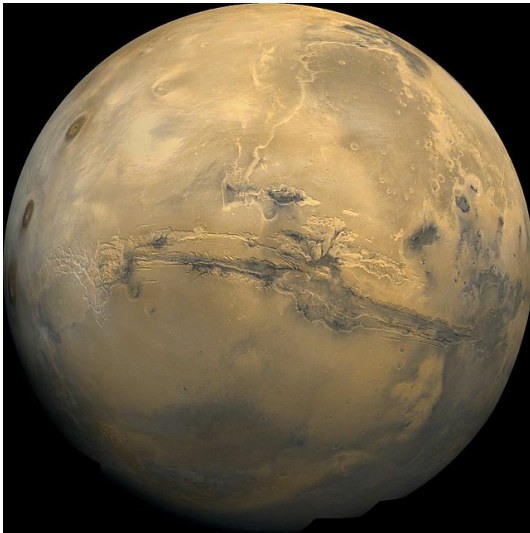


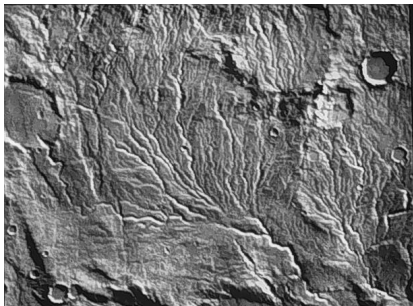
Aquatore (Damien Rohmer)

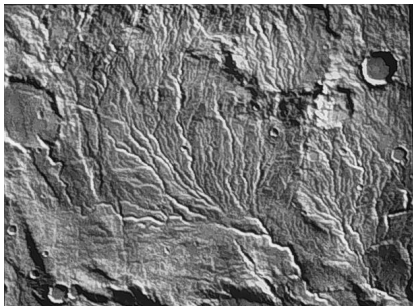




Le premier Martien (Alvim Corr3a, 1906)

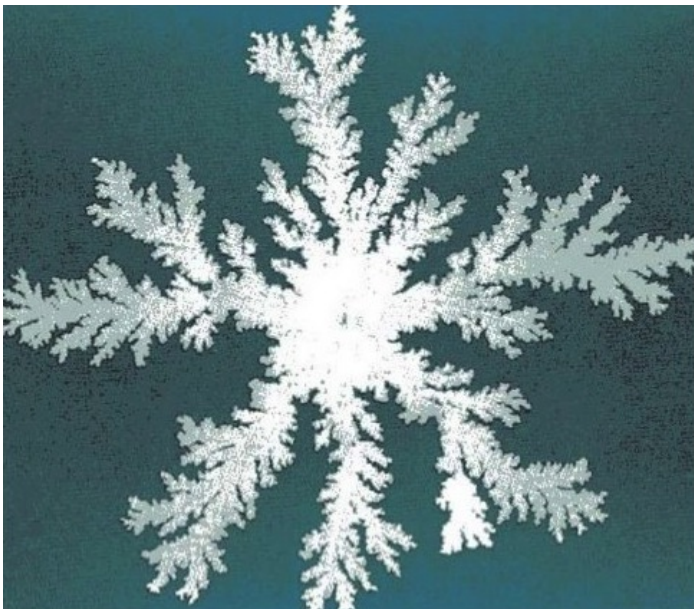






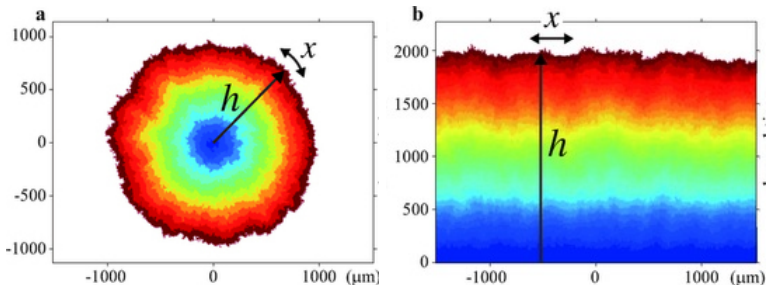
Vincent Fleury





Films *KPZ*





Toutes les tentatives de donner une théorie d'existence et d'unicité pour les solutions de [KPZ] [...] ont jusque-là échoué.

Lorenzo Zambotti, Bourbaki, 2013



Martin Hairer

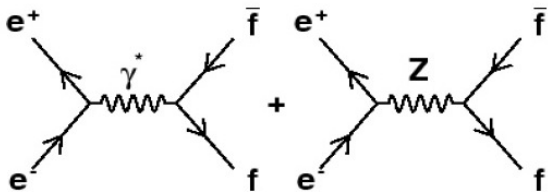
Le travail récent [de M. Hairer] résout ce problème et ouvre des perspectives passionnantes ; [...]

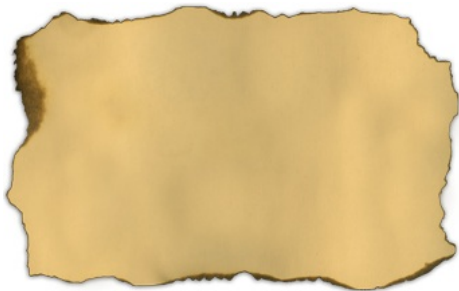


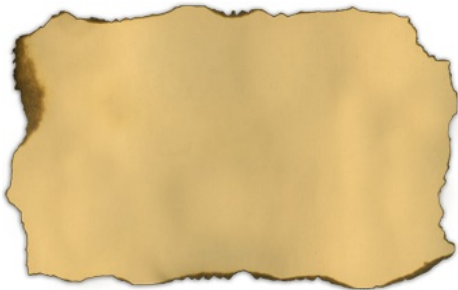
Martin Hairer

*Le travail récent [de M. Hairer] résout ce problème et ouvre des perspectives passionnantes ; [...] Le premier problème est de nature analytique, et il est résolu avec la théorie des chemins rugueux ; le second est de nature probabiliste mais il requiert une étude combinatoire d'une classe de graphes associés, **inspirés des diagrammes de Feynman.***

Lorenzo Zambotti, Bourbaki, 2013









Store

Mac

iPod

iPhone

Aperçu du Mac App Store

Amadeus Lite

par HairerSoft

Ouvrez le Mac App Store pour acheter et télécharger des apps.



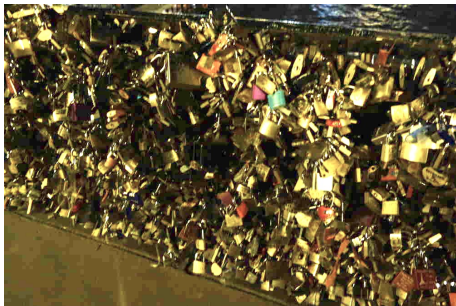
Description

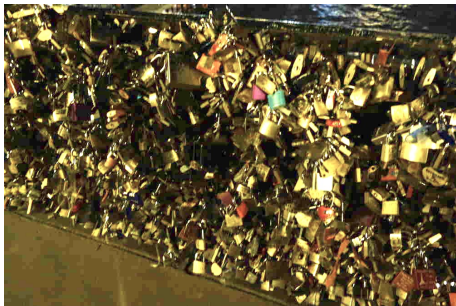
Utilisez votre Mac pour toutes les tâches audio, et pour l'iPhone, la numérisation de cassette et d'enregistrements (Mp3, AIFF, WAVE, FLAC, Ogg Vorbis), la remasté

[Site web : HairerSoft](#) ▶ [Assistance : Amadeus](#)

Nouveautés de la version 2.1.6

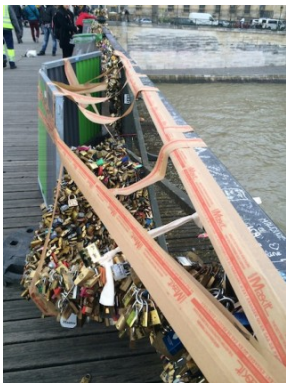






On ne sait où cela s'arrêtera puisque le pont étant quasiment plein, on accroche des cadenas aux cadenas ou même à des antivols de vélos, les couches progressent désormais vers l'intérieur du pont

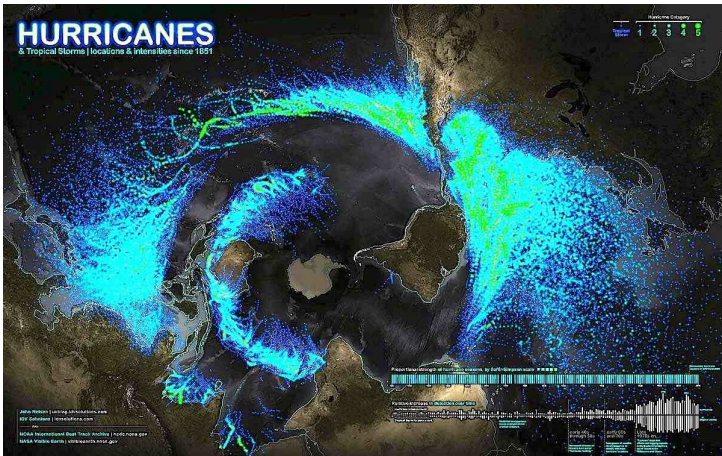
La Tribune de l'Art, 2014

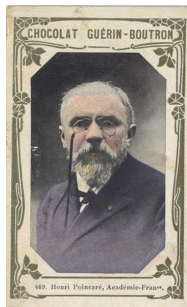




ÉPILOGUE

L'ubiquité mathématique





La mathématique est l'art de donner le même nom à des choses différentes. *Il convient que ces choses, différentes par la matière, soient semblables par la forme, qu'elles puissent pour ainsi dire se couler dans le même moule. Quand le langage a été bien choisi, on est tout étonné de voir que toutes les démonstrations, faites pour un objet connu, s'appliquent immédiatement à beaucoup d'objets nouveaux*

Science et Méthode, Henri Poincaré

- ▶ Des structures géométriques forment des matières différentes

- ▶ Des structures géométriques forment des matières différentes
- ▶ Des structures mathématiques sous-tendent des phénomènes différents

- ▶ Des structures géométriques forment des matières différentes
- ▶ Des structures mathématiques sous-tendent des phénomènes différents
- ▶ Plus les mathématiques sont abstraites, complexes et profondes, plus la physique et ses applications sont contentes !

